

**КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН**  
раздела «Интегралы»  
дисциплины «Интегралы и дифференциальные уравнения»  
ГУИМЦ, 2025

*ЛИТЕРАТУРА*

- Л-1.* Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа (в двух томах): Учебник для студентов университетов и вузов. – М.: Высшая школа, 1981. – Т. 1. – 687 с.  
*Л-2.* Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов: Учеб. пособие для студентов высш. техн. учеб. заведений /Под ред. Б.П. Демидовича. – М.: ООО «Издательство Астрель», 2004. – 495 с.

*ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА*

- ДЛ-1.* Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учеб. пособие. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2001. – 432 с.  
*ДЛ-2.* Столярова З.Ф. Техника интегрирования: учебно-методическое пособие. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2023. – 80 с.  
*ДЛ-3.* Столярова З.Ф. Метод подстановки (замены переменной) в определенном интеграле: рабочая тетрадь №1. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021. – 19 с.  
*ДЛ-4.* Константинов М.Д., Столярова З.Ф. Вычисление площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла. Рабочая тетрадь №2. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2022. – 30 с.

**ЛЕКЦИИ**

**МОДУЛЬ 1: НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ**

- Лекция 1.1.* Первообразная функции и ее свойства. Неопределенный интеграл и его свойства. Методы нахождения неопределенного интеграла: непосредственное интегрирование, подведение под знак дифференциала, замена переменной, интегрирование по частям.  
*Лекция 1.2.* Рациональные дроби. Четыре типа простейших рациональных дробей. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших дробей с неопределенными коэффициентами и методы нахождения этих коэффициентов. Интегрирование простейших рациональных дробей. Общее правило интегрирования произвольной рациональной дроби.

**МОДУЛЬ 2: ОПРЕДЕЛЕННЫЕ И НЕСОБСТВЕННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ**

- Лекция 2.1.* Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Геометрическая интерпретация определенного интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Теоремы об оценке и о среднем значении. Теорема об интегрируемости кусочно-непрерывных функций.  
*Лекция 2.2.* Определенный интеграл с переменным верхним пределом и теорема о его производной. Формула Ньютона-Лейбница. Методы вычисления определенных интегралов. Интегрирование периодических функций, интегрирование четных и нечетных функций на отрезке, симметричном относительно начала координат.

**Лекция 2.3.** Вычисление площадей плоских фигур, ограниченных кривыми, заданными в декартовых координатах, параметрически и в полярных координатах. Вычисление длины дуги кривой, заданной в декартовых координатах, параметрически и в полярных координатах.

**Лекция 2.4.** Вычисление объемов тел по площадям поперечных сечений и объемов тел вращения. Вычисление площади поверхности вращения.

**Лекция 2.5.** Несобственные интегралы первого рода (по бесконечному промежутку). Геометрический и экономический смыслы. Формула Ньютона-Лейбница, интегрирование по частям и заменой переменной. Сходимость. Свойства сходящихся интегралов. Признаки сравнения: признак сходимости, признак расходимости, предельный признак сравнения. Эталонные интегралы. Абсолютная и условная сходимости.

**Лекция 2.6.** Несобственные интегралы второго рода (от неограниченных функций). Геометрический смысл. Формула Ньютона-Лейбница, интегрирование по частям и заменой переменной. Сходимость. Признаки сравнения: признак сходимости, признак расходимости, предельный признак сравнения. Эталонные интегралы. Абсолютная и условная сходимости. Главное значение несобственных интегралов первого и второго родов.

## ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

### МОДУЛЬ 1: НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

**Занятие 1.** Основные приемы техники дифференцирования

Ауд: Л-2 №№ 375, 376, 378, 384, 396, 397, 412, 427, 446, 447, 455, 461

Дома: Л-2 №№ 368, 379, 382, 386, 394, 398, 414, 423, 426, 430, 435, 442, 444, 450, 451

**Занятие 2.** Восстановление функции по ее дифференциалу

Ауд: По заданному дифференциалу подобрать функцию, используя табличные производные  $\cos x dx$ ,  $\sin x dx$ ,  $e^x dx$ ,  $2x dx$ ,  $6x dx$ ,  $x dx$ ,  $(x+1) dx$ ,  $3 \sin 3x dx$ ,  $\cos 4x dx$ ,

$$\frac{dx}{3x}, \frac{dx}{1+x^2}, \frac{3dx}{2+2x^2}, \frac{5dx}{2+8x^2}, 2^x dx, \frac{dx}{\cos^2 x}, \frac{dx}{\cos^2 2x}.$$

Дома: нет

**Занятие 3.** Непосредственное интегрирование. Интегрирование методом подведения под знак дифференциала

Ауд: Л-2 №№ 1032, 1043, 1044, 1045, 1046, 1078, 1083, 1084, 1097, 1119

Дома: 1) Л-2 №№ 1063, 1065, 1066, 1071, 1077, 1093, 1094, 1095, 1096, 1107, 1116, 1120

2) ДЛ-2, стр. 4-22 (ознакомиться с содержанием)

**Занятие 4.** Интегрирование методом замены переменной, тригонометрическая подстановка

Ауд: Л-2 №№ 1192, 1194, 1198, 1200, 1202, 1206

Дома: Л-2 №№ 1191 (а, б), 1193, 1195, 1201, 1205, 1207

**Занятие 5.** Интегрирование по частям

Ауд: Л-2 №№ 1211, 1212, 1215, 1225, 1228, 1231, 1233, 1236, 1245

Дома: 1) Л-2 №№ 1213, 1214, 1219, 1223, 1227, 1230, 1232, 1235, 1237

2) ДЛ-2, стр. 52-55, 72-73 (ознакомиться с содержанием)

**Занятие 6.** Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен

Ауд: Л-2 №№ 1257, 1260, 1262, 1265, 1269, 1272, 1277, 1278

Дома: Л-2 №№ 1255, 1256, 1259, 1266, 1268, 1274, 1276, 1279

**Занятие 7.** Интегрирование рациональных дробей

Ауд: Л-2 №№ 1283, 1284, 1286, 1289, 1292, 1293

Дома: 1) Л-2 №№ 1282, 1285, 1288, 1291, 1294

2) ДЛ-2, стр. 22-41 (ознакомиться с содержанием)

**Занятие 8.** Интегрирование некоторых иррациональных функций

Ауд: Л-2 №№ 1315, 1318, 1326, 1336, 1403

Дома: Л-2 №№ 1317, 1321, 1327, 1332

**Занятие 9-10.** Интегрирование тригонометрических функций

Ауд: Л-2 №№ 1339, 1341, 1345, 1347, 1351, 1357, 1365, 1370, 1375, 1377, 1383,  
Дома: Л-2 №№ 1338, 1340, 1344, 1348, 1350, 1356, 1366, 1367, 1373, 1374, 1376, 1382  
2) ДЛ-2, стр. 55-70 (ознакомиться с содержанием)

**Занятие 11.** Интегрирование произвольных функций

Ауд: Л-2 №№ 1431, 1436, 1442, 1460, 1473, 1478, 1479, 1496, 1499  
Дома: Л-2 №№ 1432, 1435, 1446, 1449, 1459, 1461, 1466, 1469, 1476, 1477, 1495, 1498  
**Занятие 12.** Рубежный контроль «Техника интегрирования»

## МОДУЛЬ 2: ОПРЕДЕЛЕННЫЕ И НЕСОБСТВЕННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

**Занятие 13.** Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Метод замены переменной.

Ауд: Л-2 №№ 1522, 1527, 1533, 1537, 1539, 1587, 1588, 1594  
Дома: 1) Л-2 №№ 1521, 1525, 1529, 1535, 1536, 1540, 1582-1586, 1589  
2) рабочая тетрадь ДЛ-3, контроль – сделал или не сделал без детальной проверки

**Занятие 14.** Интегрирование по частям. Интегрирование выражений с модулем. Производная от интеграла с переменным пределом.

Ауд:

а) Л-2 №№ 1601, 1602

б) вычислить  $\int_{1/e}^e |\ln x| dx$

в) найти производную функции  $\int_0^x \sin t^2 dt$ ,  $\int_x^1 \arcsin \sqrt{t} dt$ ,  $\int_0^{x^2} \ln \frac{\cos t}{1+t^2} dt$ ,  $\int_{\arctg x}^{\cos x} e^{-t^2} dt$

Дома: а) Л-2 №№ 1599, 1600

б) найти производную функции  $\int_{x^3}^{x^2} \arcsin t dt$ .

**Занятие 15-16.** Вычисление площади плоской фигуры

Ауд: Л-2 №№ 1623, 1626, 1633, 1636, 1653, 1658, 1663  
Дома: 1) Л-2 №№ 1624, 1627, 1628, 1631, 1634, 1638, 1651, 1655, 1657, 1662  
2) рабочая тетрадь ДЛ-4, контроль – сделал или не сделал без детальной проверки

**Занятие 17.** Вычисление длины дуги кривой

Ауд: Л-2 №№ 1668, 1670, 1672, 1677, 1679  
Дома: Л-2 №№ 1667, 1669, 1671, 1678, 1680

**Занятие 18.** Вычисление объема тел

Ауд: Л-2 №№ 1686, 1691, 1698, 1701, 1704  
Дома: Л-2 №№ 1685, 1688, 1692, 1695, 1702, 1703

**Занятие 19.** Вычисление площади поверхности вращения

Ауд: Л-2 №№ 1714, 1716, 1720, 1723, 1726  
Дома: Л-2 №№ 1715, 1717, 1722, 1724, 1725

**Занятие 20.** Несобственные интегралы 1-ого рода. Вычисление по формуле Ньютона-Лейбница, по частям и заменой переменной.

Ауд:

1) формула Ньютона-Лейбница

Л-2 №№ 1551, 1552, 1554, 1555, 1556, 1559, 1560, 1562, 1563, 1564, 1565.

2) по частям

Л-2 №№ 1603

3) замена переменной

$$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}.$$

Дома: нет

**Занятие 21-22.** Несобственные интегралы 1-ого рода. Исследование на сходимость.

Ауд: Л-2 №№ 1568, 1569, 1570, 1573

ДЛ-1 №№ 2386-2393, 2369, 2370, 2384, 2385

Дома: нет

**Занятие 23.** Рубежный контроль «Определенные и несобственные интегралы».

**Занятие 24.** Обзорные занятия

### **Контрольные мероприятия:**

#### Модуль 1

Рубежный контроль «Техника интегрирования». Срок сдачи — 9 неделя

Домашнее задание «Техника интегрирования». Срок сдачи — 9 неделя

#### Модуль 2

Рубежный контроль «Определенные и несобственные интегралы». Срок сдачи — 16 неделя

Домашнее задание «Определенные и несобственные интегралы». Срок сдачи — 16 неделя