

**КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН**  
дисциплины «Аналитическая геометрия»  
для студентов 1 курса 1 семестра 2025–26 учебного года  
УЦ1-11, УЦ1-12, УЦ6-11

*ЛИТЕРАТУРА*

*Основная учебная литература (ОЛ)*

1. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Аналитическая геометрия (серия «Математика в техническом университете», выпуск 3). – М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. – 387 с.
2. Сборник задач по математике для втузов. Ч.1. Линейная алгебра и основы математического анализа: Учеб. пособие для втузов / Под ред. А.В. Ефимова, Б.П. Демидовича. – М.: Наука, 1993. – 480 с.

*Дополнительная учебная литература (ДЛ)*

3. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. – М., Лань, 2007. – 431 с.
4. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. Т.1 – М.: Интеграл-Пресс, 2006. – 416 с.
5. Лунгу К. Н., Письменный Д. Т., Федин С. Н., Шевченко Ю. А. Сборник задач по высшей математике. С контрольными работами. М.: Айрис-пресс, 2021. 576 с.

*Методические пособия, изданные в МГТУ им. Н.Э. Баумана (МП)*

6. Меньшова И.В., Семакин А.Н. Матричная и векторная алгебра. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2023. – 88 с.
7. Меньшова И.В., Семакин А.Н. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2025. – 155 с.
8. Агаева Э.И., Сперанская Р.Ф. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. – 60 с.
9. Бархатова О.А., Садыхов Г.С. Поверхности второго порядка. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – 40 с.
10. Пелевина А.Ф., Зорина И.Г. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 46 с.

**ЛЕКЦИИ И ТЕКСТЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ**

**МОДУЛЬ 1: МАТРИЧНАЯ АЛГЕБРА. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА**

**Лекция 1.1.** Матрицы. Виды матриц. Линейные операции над матрицами (сложение матриц и умножение матрицы на число) и их свойства. Нелинейные операции над матрицами (умножение матриц и транспонирование матрицы) и их свойства. Элементарные преобразования матриц.  
ОЛ-1, пп. 6.1–6.4, 6.8

**Текст 1.1.** Понятие определителя. Вычисление определителей 1-ого, 2-ого и 3-его порядков. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения элементов квадратной матрицы. Вычисление определителя произвольного порядка путем его разложения по элементам строки или столбца (теорема разложения). Теорема аннулирования.  
ОЛ-1, пп. 7.1–7.3.

**Лекция 1.2.** Вырожденные и невырожденные матрицы. Присоединенная матрица. Обратная матрица и ее свойства. Вычисление обратной матрицы с помощью присоединенной матрицы и с помощью элементарных преобразований. Решение матричных уравнений  $AX=C$ ,  $XB=C$ ,  $AXB=C$  с невырожденными матрицами  $A$  и  $B$ .

ОЛ-1, пп. 8.1–8.4

**Текст 1.2.** Линейная зависимость строк и столбцов матрицы. Базисный минор, теорема о базисном миноре. Ранг матрицы, теорема о ранге матрицы, свойства ранга матрицы. Способы вычисления ранга матрицы: метод окаймляющих миноров, метод элементарных преобразований.

ОЛ-1, пп. 6.7, 8.4–8.6.

**Лекция 1.3.** Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ): определение, основные понятия, виды, координатная и матричная формы записи. Критерий Кронекера – Капелли совместности СЛАУ. Решение СЛАУ матричным методом, по формулам Крамера и методом Гаусса.

ОЛ-1, пп. 9.1–9.4

**Текст 1.3.** Однородные системы линейных алгебраических уравнений: вид, критерий существования ненулевых решений, фундаментальная система решений, структура общего решения. Неоднородные системы линейных алгебраических уравнений: структура общего решения.

ОЛ-1, пп. 9.5–9.7.

**Лекция 1.4.** Геометрические векторы и их виды. Линейные операции над векторами (сложение двух векторов и умножение вектора на число) и их свойства. Линейная зависимость векторов, критерий линейной зависимости и свойства систем линейно зависимых и независимых векторов.

ОЛ-1, пп. 1.1–1.4

**Текст 1.4.** Базис, виды базисов. Координаты вектора в произвольном базисе. Ортогональная проекция вектора на ось и ее свойства. Координаты вектора в ортонормированном базисе и их свойства. Действия над векторами, заданными своими координатами. Скалярное произведение и его приложения.

ОЛ-1, пп. 1.5–1.7, 2.2.

**Лекция 1.5.** Ориентация векторов в пространстве. Правая и левая тройки векторов. Определения векторного и смешанного произведений векторов, их свойства, геометрический и механический смыслы и практические приложения.

ОЛ-1, пп. 2.3–2.5

## **МОДУЛЬ 2: АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА И МНОГОЧЛЕНЫ**

**Текст 2.1.** Декартова прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Координаты точки и приложения метода координат. Прямая на плоскости: различные виды уравнения прямой, взаимное расположение двух прямых, расстояние от точки до прямой, угол между прямыми.

ОЛ-1, пп. 3.1–3.5, 4.1–4.3.

**Лекция 2.1.** Плоскость в пространстве: различные виды уравнения плоскости, взаимное расположение двух плоскостей, расстояние от точки до плоскости, угол между плоскостями.

ОЛ-1, пп. 4.4, 5.1.

**Текст 2.2.** Прямая в пространстве: различные виды уравнений прямой, расстояние от точки до прямой, взаимное расположение прямых, расстояние между прямыми, взаимное расположение прямой и плоскости.

ОЛ-1, пп. 5.3–5.5.

**Лекция 2.2.** Линии второго порядка на плоскости: эллипс, гипербола, парабола. Определение, характеристики, каноническое уравнение и исследование формы каждой линии.

ОЛ-1, гл. 11.

**Текст 2.3.** Поверхности второго порядка. Общее уравнение поверхности второго порядка. Виды поверхностей и их канонические уравнения: эллипсоид, однополостной гиперболоид, двуполостной гиперболоид, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид. Цилиндрические поверхности, конические поверхности.

ОЛ-1, гл. 12.

**Лекция 2.3.** Понятие комплексного числа. Геометрическое изображение комплексных чисел. Формы записи комплексных чисел: алгебраическая, тригонометрическая, показательная. Действия над комплексными числами: сложение, вычитание, деление, возведение в степень, извлечение корня.

ДЛ-3, гл. 4. ДЛ-4, гл. 7, §1–2.

**Текст 2.4.** Многочлены в действительной и комплексной областях. Теоремы о тождестве двух многочленов. Корень многочлена и его кратность. Основная теорема алгебры. Разложение многочленов с комплексными и действительными коэффициентами на неприводимые множители. Деление с остатком, теорема Безу. Теорема о рациональном корне.

ДЛ-3, гл. 5. ДЛ-4, гл. 7, §6–8.

## ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

### МОДУЛЬ 1: МАТРИЧНАЯ АЛГЕБРА. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

**Занятия 1-2.** Матрицы. Линейные операции с матрицами. Умножение матриц. Элементарные преобразования над матрицами.

Ауд.: ОЛ - 2. I. № 3.76.

II. Вычислить произведение согласованных матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & -1 & 4 \\ 5 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

III. 3.83, 3.93, 3.95.

IV. Вычислить  $A \cdot A^T$  и  $A^T \cdot A$ , если

а)  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ ;

б)  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

V. №№ 3.103, 3.86, 3.90, 3.92.

VIII. Привести к ступенчатому виду матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & -2 \\ -5 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Дома: I. ОЛ - 2. №№ 3.79, 3.82, 3.84, 3.85, 3.94; 3.91, 3.104.

II. Привести к ступенчатому виду матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & -4 \\ 3 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Занятие 3.** Вычисление определителей. Миноры и алгебраические дополнения матрицы.

Ауд.:

I. Вычислить определители второго порядка:

1.  $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{vmatrix}$ ; 2.  $\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$ ; 3.  $\begin{vmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{vmatrix}$ .

II. Вычислить определители третьего порядка методом треугольника:

1.  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ ; 2.  $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & -3 \end{vmatrix}$ ; 3.  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$ .

III. Вычислить все миноры определителя  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ .

IV. Вычислить все алгебраические дополнения определителя  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ .

V. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$  разложением по элементам: а) первой строки; б)

второго столбца.

VI. ОЛ - 2. №№ 3.50, 3.52, 3.55 (разложением по элементам ряда, приведением к треугольному виду).

Дома: ОЛ - 2. №№ 3.51, 3.53, 3.56, 3.57, 3.62.

**Занятия 4-5.** Обратная матрица, методы ее нахождения. Решение матричных уравнений.

Ауд.: ОЛ - 2. №№ 3.106, 3.109, 3.115, 3.119; 3.121, 3.122, 3.123, 3.128.

Дома: ОЛ - 2. №№ 3.107, 3.108, 3.110, 3.114, 3.116; 3.124, 3.125, 3.127.

**Занятие 6.** Ранг матрицы.

Ауд.: ОЛ - 2. №№ 3.150, 3.154, 3.163, 3.165, 3.152 (методом элементарных преобразований) 3.167.

Дома: ОЛ - 2. №№ 3.151, 3.153, 3.164, 3.166, 3.168.

**Занятие 7.** Решение определенных систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера.

Ауд.: ОЛ - 2. №№ 3.187, 3.191, 3.192 (двумя способами), 3.198 (с помощью обратной матрицы), 3.196.

Дома: ОЛ - 2. №№ 3.188, 3.190, 3.193, 3.199 (с помощью обратной матрицы).

**Занятия 8-9.** Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

Ауд.: ОЛ - 2. №№ 3.206, 3.208, 3.210, 3.212, 3.218; 3.223, 3.225, 3.227, 3.236.

Дома: ОЛ - 2. №№ 3.207, 3.209, 3.211, 3.213, 3.214, 3.219; 3.224, 3.226, 3.237.

**Занятия 10-11.** Линейные операции над векторами. Разложение вектора по базису. Ортогональная проекция вектора на направление другого вектора

Ауд.: I. ОЛ - 2. №№ 2.4, 2.3(а, б), 2.8, 2.19, 2.22; 2.40, 2.35, 2.36.

II. При каких  $\alpha$  и  $\beta$  векторы  $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \alpha\vec{k}$  и  $\vec{b} = \beta\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$  коллинеарны?

III. ОЛ - 2. №№ 2.43, 2.37, 2.38, 2.26(а).

Дома: I. ОЛ - 2. №№ 2.3(в), 2.7, 2.9, 2.10, 2.17, 2.20, 2.23; 2.39, 2.42, 2.46, 2.44, 2.26(б).

II. 1. Разложить вектор  $\vec{c} = (9; 4)$  по векторам  $\vec{a} = (2; 1)$  и  $\vec{b} = (2; -3)$ , предварительно убедившись, что векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют базис.

2. Представить вектор  $\vec{d} = (4; 12; -3)$ , как линейную комбинацию векторов  $\vec{a} = (2; 3; 1)$ ,  $\vec{b} = (5; 7; 0)$ ,  $\vec{c} = (3; -2; 4)$ .

**Занятие 12.** Скалярное произведение векторов и его свойства.

Ауд.: ОЛ - 2. №№ 2.65, 2.66, 2.67, 2.70, 2.78(б, д), 2.80, 2.81(а), 2.88, 2.84.

Дома: ОЛ - 2. №№ 2.68, 2.72, 2.74, 2.78(а, в-е, ж-и), 2.81(б), 2.83, 2.89.

**Занятия 13-14.** Векторное и смешанное произведения векторов и их свойства.

Ауд.: ОЛ - 2. I. №№ 2.98(а, б), 2.100(а, б), 2.102, 2.106(а, б), 2.108, 2.109, 2.110, 2.115; 2.140(в), 2.124, 2.126, 2.135(б), 2.136(а), 2.127(а), 2.134.

II. 1. Установить, лежат ли точки  $A(-2; 1; 3)$ ,  $B(3; 0; 1)$ ,  $C(1; -1; 1)$ ,  $D(1; 0; -4)$  в одной плоскости?

2. Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах  $\vec{AB} = (1; -2; 3)$ ,  $\vec{AD} = (0; 1; -4)$ ,  $\vec{AA_1} = (3; 4; 1)$ .

Дома: ОЛ - 2. №№ 2.98(в), 2.100(в, г), 2.106(в), 2.107, 2.111, 2.112, 2.116; 2.125, 2.127(б), 2.130, 2.133, 2.135(а), 2.136(б), 2.137, 2.140(а, б).

**Занятие 15.** Рубежный контроль «Векторная алгебра».

## МОДУЛЬ 2: АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА И МНОГОЧЛЕНЫ

**Занятия 16-17.** Прямая на плоскости. Плоскость в пространстве.

Ауд.: I. ОЛ - 2. №№ 2.141(а), 2.142 (а), 2.143(а), 2.144(а), 2.145, 2.146, 2.150(а); 2.180(а), 2.181(а), 2.182(а), 2.183(а), 2.185, 2.190, 2.192(а).

II. Известны координаты вершин тетраэдра:  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(5; 3; 0)$ ,  $C(0; 1; 1)$ ,  $D(-2; -4; 1)$ . Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины  $D$ .

Дома: ОЛ - 2. №№ 2.141(б), 2.142 (б), 2.143(б), 2.144(б), 2.147, 2.148, 2.150(б); 2.180(б), 2.181(б), 2.182(б), 2.183(б) 2.184(б), 2.186, 2.187, 2.193(б), 2.195.

**Занятия 18-19.** Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.

Ауд.: ОЛ - 2. №№ 2.198(а, в, д, е), 2.199(а), 2.197(а), 2.205(а); 2.208, 2.201(а), 2.200(а, в), 2.214.

Дома: ОЛ - 2. №№ 2.197(б), 2.198(б, г), 2.199(б), 2.200(б, г), 2.201(б, в), 2.203(б), 2.205(б); 2.210, 2.215.

**Занятие 20.** Кривые второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола.

Ауд.: ОЛ - 2. №№ 2.241(а), 2.246, 2.249(а), 2.265, 2.266, 2.269(а), 2.285(а, б), 2.286(а), 2.288(а, в, д).

Дома: ОЛ - 2. №№ 2.241 (б, в), 2.247(а, б), 2.249(б, в), 2.269(б, в), 2.285(в, г), 2.286(б, в), 2.288(б, г, е).

**Занятие 21.** Поверхности второго порядка.

Ауд.: ОЛ - 2. №№ 2.372, 2.373, 2.383, 2.378, 2.394, 2.397.

Дома: ОЛ - 2. №№ 2.374, 2.375, 2.380, 2.381, 2.382, 2.393, 2.396.

**Занятие 22.** Рубежный контроль «Прямые, плоскости и кривые 2-ого порядка».

**Занятия 23-24.** Комплексные числа.

Ауд.: ОЛ - 2. I. №№ 1.421, 1.426, 1.430, 1.448(а), 1.435, 1.436. 1.440.

II. Найдите произведение и частное комплексных чисел  $z_1$  и  $z_2$ , если

$$z_1 = 3 \left( \cos \frac{5\pi}{8} - i \sin \frac{5\pi}{8} \right), \quad z_2 = 2 \left( \cos \frac{3\pi}{8} + i \sin \frac{3\pi}{8} \right).$$

III. 1.485. 1.475, 1.482(а).

IV. Изобразите на комплексной плоскости все числа  $z = x + iy$ , удовлетворяющие условию:

1.  $\operatorname{Im} z = 3$ ; 2.  $z \cdot \bar{z} \leq 16$ ; 3.  $|z + 3i| > 3$ ;  $|z + 1| = |z + 2 - i|$ .

V. №№ 1.496, 1.501, 1.508, 1.509.

Дома: ОЛ - 2. I. №№ 1.424, 1.428, 1.431, 1.437, 1.438, 1.445, 1.446, 1.448(б), 1.477, 1.482(б), 1.486; 1.463, 1.465, 1.467, 1.468, 1.497, 1.500, 1.509, 1.511.

II. Решить уравнения: 1)  $z^2 + 2z - 2 - 4i = 0$ ; 2)  $z^4 - 16i = 0$ .

### Контрольные мероприятия:

#### Модуль 1

Домашнее задание «Матричная алгебра». Срок сдачи — 7 неделя.

Рубежный контроль «Векторная алгебра». Срок сдачи — 10 неделя.

#### Модуль 2

Домашнее задание «Прямые, плоскости и кривые 2-ого порядка». Срок сдачи — 15 неделя

Рубежный контроль «Прямые, плоскости и кривые 2-ого порядка». Срок сдачи — 15 неделя