

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

МОДУЛЬ 2: ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ. КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ

Индивидуальное домашнее задание

Общие методические указания:

- Домашнее задание выполняется по вариантам, номер которого соответствует номеру в списке журнала посещаемости занятий.
- Работу следует выполнять в отдельной тетради, на внешней стороне обложки которой должны быть указаны: фамилия и инициалы студента, выполнившего домашнее задание, шифр группы, наименование дисциплины и название домашнего задания.
- Решения задачи начинается с приведения полного текста задания.
- Решения всех задач и пояснения к ним должны быть достаточно подробными. Необходимо привести все вычисления, сделанные по ходу выполнения заданий, ответ.
- Работа над ошибками выполняется в конце работы. Исправления в тексте после проверки работы преподавателем не допускаются.

Критерии оценки: Домашнее задание считается сданным, если правильно решены все задачи. Число баллов, проставляемое за домашнее задание, зависит от количества ошибок, допущенных студентом в ходе выполнения работы, и числа попыток сдачи работы преподавателю до устранения всех ошибок. Итоговое число баллов домашних заданий выбирается из диапазона 11-15.

Составитель: кандидат ф.-м.н.,
доцент кафедры «Высшей математики»
МГТУ им. Н.Э. Баумана
И.В. Меньшова

Задача 2.1. Определить собственные значения и собственные векторы линейного оператора A , заданного матрицей A . Записать диагональный вид матрицы A , если это возможно. (3 балла)

№ варианта	A	№ варианта	A
1	$\begin{pmatrix} 4 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	9	$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	10	$\begin{pmatrix} 5 & 0 & -3 \\ 4 & 5 & -4 \\ 6 & 0 & -4 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	11	$\begin{pmatrix} -4 & 4 & 20 \\ 7 & 3 & -15 \\ -2 & 2 & 10 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$	12	$\begin{pmatrix} -3 & -10 & 12 \\ -1 & -12 & 12 \\ 1 & -5 & 1 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	13	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -4 & -1 & 4 \\ -4 & -4 & 7 \end{pmatrix}$
6	$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 12 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	14	$\begin{pmatrix} 5 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	15	$\begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 \\ -1 & -6 & 3 \\ -2 & -12 & 6 \end{pmatrix}$
8	$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$		

Задача 2.2. Задана квадратичная форма $f(x_1; x_2; x_3)$.

- Привести $f(x_1; x_2; x_3)$ к каноническому (диагональному) виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.
- Найти ранг квадратичной формы $f(x_1; x_2; x_3)$.
- Исследовать $f(x_1; x_2; x_3)$ на знакоопределенность двумя способами: по каноническому виду и по критерию Сильвестра. (4 балла)

№ варианта	$f(x_1; x_2; x_3)$
1	$x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3$
2	$2x_1^2 + 4x_2^2 + 10x_3^2 - 4x_1x_2 + 6x_1x_3$
3	$x_1^2 + 5x_2^2 + 11x_3^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$
4	$x_1^2 + 2x_2^2 + 5x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3$
5	$4x_1^2 + 5x_2^2 + 9x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 14x_2x_3$
6	$4x_1^2 + 2x_2^2 + 10x_3^2 - 4x_1x_2 - 12x_1x_3 - 8x_2x_3$
7	$x_1^2 - 3x_2^2 - 8x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 10x_2x_3$
8	$13x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 6x_1x_2 - 4x_1x_3$
9	$4x_1^2 - 3x_2^2 - 9x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 10x_2x_3$
10	$4x_1^2 + 8x_2^2 + 4x_3^2 - 6x_1x_2 - 4x_2x_3$
11	$-2x_1^2 - 3x_2^2 - 12x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 10x_2x_3$
12	$-2x_1^2 - 6x_2^2 - 15x_3^2 - 4x_1x_2 + 8x_1x_3$
13	$-3x_1^2 - 5x_2^2 - 18x_3^2 - 6x_1x_2 + 12x_1x_3 + 16x_2x_3$
14	$-2x_1^2 - 10x_2^2 - 23x_3^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3$
15	$-x_1^2 - 11x_2^2 - 23x_3^2 + 6x_1x_2 - 4x_2x_3 + 4x_1x_3$

Задача 2.3. Задана квадратичная форма $f(x_1; x_2; x_3)$. Привести $f(x_1; x_2; x_3)$ к каноническому (диагональному) виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования. Убедиться, что в этом базисе матрица квадратичной формы является диагональной. (4 балла)

№ варианта	$f(x_1; x_2; x_3)$
1	$2x_1^2 - x_2^2 + 7x_3^2 + 4x_1x_2 - 12x_1x_3 - 6x_2x_3$
2	$-3x_1^2 - 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 8x_1x_3 + 4x_2x_3$
3	$-8x_1^2 - 3x_2^2 + 12x_1x_2 + 6x_1x_3 - 4x_2x_3$
4	$x_1^2 + x_2^2 - 13x_3^2 + 8x_1x_3 + 8x_2x_3$
5	$3x_1^2 + 3x_2^2 + 8x_3^2 - 8x_1x_2 - 12x_1x_3 + 12x_2x_3$
6	$4x_1^2 - 2x_2^2 - 8x_1x_2 - 2x_1x_3 - 4x_2x_3$
7	$-10x_1^2 - 2x_2^2 - 10x_3^2 + 6x_1x_2 - 18x_1x_3 + 6x_2x_3$
8	$2x_1^2 + 2x_2^2 + 6x_3^2 - 12x_1x_3 + 6x_2x_3$

9	$2x_1^2 - x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$
10	$3x_1^2 + 8x_2^2 + 3x_3^2 - 12x_1x_2 + 8x_1x_3 - 12x_2x_3$
11	$4x_1^2 - 2x_2^2 + 5x_3^2 - 8x_1x_2 + 8x_1x_3 - 4x_2x_3$
12	$-3x_1^2 - 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 4x_2x_3$
13	$-x_1^2 - x_2^2 + 14x_3^2 - 2x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3$
14	$4x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$
15	$2x_1^2 + 2x_2^2 + 6x_3^2 - 12x_1x_3 - 6x_2x_3$

Задача 2.4. Привести уравнение кривой второго порядка, заданную общим уравнением, к каноническому виду и построить ее. **(4 балла)**

№ варианта	Уравнение кривой
1	$x^2 + y^2 + 4xy - 8x - 4y + 1 = 0$
2	$2x^2 + 2y^2 - 2xy - 2x - 2y + 1 = 0$
3	$4x^2 + 4y^2 + 2xy + 12x + 12y - 21 = 0$
4	$-x^2 - y^2 + 4xy + 2x - 4y - 2 = 0$
5	$5x^2 + 5y^2 - 2xy + 10x - 2y + 1 = 0$
6	$x^2 + y^2 - 4xy + 2x - 4y - 25 = 0$
7	$3x^2 + 3y^2 - 4xy + 4x + 4y + 3 = 0$
8	$x^2 + y^2 - 4xy + 4x - 2y - 2 = 0$
9	$3x^2 + 3y^2 + 2xy - 12x - 4y + 4 = 0$
10	$-3x^2 - 3y^2 + 4xy - 6x + 4y + 2 = 0$
11	$4xy + 4x - 4y + 4 = 0$
12	$-4xy + 8x + 8y + 2 = 0$
13	$2x^2 + 2y^2 - 2xy + 6x - 6y - 6 = 0$
14	$x^2 + y^2 - 4xy + 4x - 2y - 2 = 0$
15	$4xy + 4x + 4y - 14 = 0$