Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана
Факультет “Фундаментальные науки”
Кафедра “Высшая математика”

Аналитическая геометрия

Модуль 1

Матричная алгебра. Векторная алгебра

Лекция 1.1

для ГУИМЦ, 2024

к.ф.-м.н. Меньшова И.В.

Матрицы

Определение
Числовой матрицей размера $m \times n$ (произносится «эм на эн») называется совокупность чисел, расположенных в виде таблицы, в которой имеется m строк и n столбцов.

Определение

Числовой матрицей размера $m \times n$ (произносится «эм на эн») называется совокупность чисел, расположенных в виде таблицы, в которой имеется m строк и n столбцов. Составляющие матрицу числа называются ее **элементами**.

Матрицы обозначаются заглавными латинскими буквами A, B, C, ...

Матрицы обозначаются заглавными латинскими буквами A, B, C, …
и записываются в виде:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Матрицы

a_{ij} - элемент матрицы, находящийся в строке под номером i и в столбце под номером j.

Матрицы

a_{ij} - элемент матрицы, находящийся в строке под номером i и в столбце под номером j. Иногда в обозначении матрицы указывается ее размерность: $A_{m \times n}$, где m - число строк, а n - число столбцов.

Матрицы

a_{ij} - элемент матрицы, находящийся в строке под номером i и в столбце под номером j.
Иногда в обозначении матрицы указывается ее размерность: $A_{m\times n}$, где m - число строк, а n - число столбцов.
Часто используется сокращенная запись матрицы: $A = (a_{ij})$.

Матрицы

Пример:

Пример:

$$A_{2\times 4} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Пример:

$$A_{2\times 4} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Матрица A имеет размер 2×4, т.к. она содержит 2 строчки и 4 столбца,

Матрицы

Пример:

$$A_{2\times 4} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Матрица A имеет размер 2×4, т.к. она содержит 2 строчки и 4 столбца,

ее элемент $a_{23} = 7$ расположен во второй строке и третьем столбце.

Виды матриц

Определение

Если в матрице число строк равно числу столбцов, то матрица называется **квадратной**, в противном случае - **прямоугольной**.

Виды матриц

Определение
Если в матрице число строк равно числу столбцов, то матрица называется **квадратной**, в противном случае - **прямоугольной**.

Определение
Квадратная матрица размера $n \times n$ называется **матрицей n-ого порядка**.

Виды матриц

Определение

В квадратной матрице элементы $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ образуют **главную диагональ**, а элементы $a_{1n}, a_{2,n-1}, \ldots, a_{n1}$ - **побочную**.

Определение

В квадратной матрице элементы $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ образуют **главную диагональ**, а элементы $a_{1n}, a_{2,n-1}, \dots, a_{n1}$ - **побочную**.

Пример:

Определение

В квадратной матрице элементы $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ образуют **главную диагональ**, а элементы $a_{1n}, a_{2,n-1}, \dots, a_{n1}$ - **побочную**.

Пример:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a_{11}} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & \mathbf{a_{22}} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & \mathbf{a_{33}} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \mathbf{a_{13}} \\ a_{21} & \mathbf{a_{22}} & a_{23} \\ \mathbf{a_{31}} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Виды матриц

Определение

Квадратная матрица, у которой все элементы, не стоящие на главной диагонали, равны нулю, называется **диагональной**.

Виды матриц

Определение

Квадратная матрица, у которой все элементы, не стоящие на главной диагонали, равны нулю, называется **диагональной**.

Определение

Единичной матрицей называется диагональная матрица, у которой все элементы главной диагонали равны единице. Обозначение: E.

Виды матриц

Определение

Квадратная матрица, все элементы которой, расположенные по одну сторону от главной диагонали, равны нулю, называется **треугольной**.

Определение

Квадратная матрица, все элементы которой, расположенные по одну сторону от главной диагонали, равны нулю, называется **треугольной**.

Пример:

Определение

Квадратная матрица, все элементы которой, расположенные по одну сторону от главной диагонали, равны нулю, называется **треугольной**.

Пример:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Определение

Матрица, все элементы которой равны нулю, называется **нулевой**.

Обозначение: O.

Виды матриц

Определение

Матрица, все элементы которой равны нулю, называется **нулевой**.

Обозначение: O.

Определение

Матрица, состоящая только из одного столбца или одной строки, называется **вектором** (**вектор-столбцом** или **вектор-строкой**).

Линейные операции над матрицами

Линейные операции над матрицами

К линейным операциям относятся:

К линейным операциям относятся:

1) сложение матриц,

Линейные операции над матрицами

К линейным операциям относятся:

1) сложение матриц,

2) умножение матрицы на число.

Определение

Две матрицы A и B называются **равными**, если они состоят из одних и тех же элементов.

Линейные операции над матрицами

Определение

Две матрицы A и B называются **равными**, если они состоят из одних и тех же элементов.

Обозначение: $A = B$.

Определение

Суммой двух матриц одинакового размера A и B называется матрица C, элементы которой равны сумме соответствующих элементов матриц A и B.

Определение

Суммой двух матриц одинакового размера A и B называется матрица C, элементы которой равны сумме соответствующих элементов матриц A и B.

Обозначение: $C = A + B$.

Линейные операции над матрицами

Пример:

Пример:

Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Линейные операции над матрицами

Пример:

Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Тогда

Линейные операции над матрицами

Пример:

Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Тогда

$C = A + B$

Линейные операции над матрицами

Пример:

Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Тогда

$$C = A + B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример:

Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Тогда

$$C = A + B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1+3 & 2+4 \\ 3+0 & 4+1 \end{pmatrix}$$

Пример:

Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Тогда

$$C = A + B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1+3 & 2+4 \\ 3+0 & 4+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Определение

Произведением матрицы A **на число** α называется матрица B, каждый элемент которой есть произведение соответствующего элемента матрицы A на число α.

Линейные операции над матрицами

Определение

Произведением матрицы A **на число** α называется матрица B, каждый элемент которой есть произведение соответствующего элемента матрицы A на число α.

Обозначение: $B = \alpha \cdot A$ или $B = \alpha A$.

Пример:

Пример:

Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Пример:

Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Тогда

Линейные операции над матрицами

Пример:

Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Тогда

$B = 2 \cdot A$

Пример:

Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Тогда

$B = 2 \cdot A = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

Пример:

Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Тогда

$$B = 2 \cdot A = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 & 2 \cdot 2 \\ 2 \cdot 3 & 2 \cdot 4 \end{pmatrix}$$

Пример:

Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Тогда

$$B = 2 \cdot A = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 & 2 \cdot 2 \\ 2 \cdot 3 & 2 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}.$$

Свойства линейных операций:

Линейные операции над матрицами

Свойства линейных операций:

1) коммутативный закон сложения матриц

$$A + B = B + A;$$

Линейные операции над матрицами

Свойства линейных операций:

1) коммутативный закон сложения матриц

$$A + B = B + A;$$

2) ассоциативный закон сложения матриц

$$(A + B) + C = A + (B + C);$$

Свойства линейных операций:

1) коммутативный закон сложения матриц

$$A + B = B + A;$$

2) ассоциативный закон сложения матриц

$$(A + B) + C = A + (B + C);$$

3) ассоциативный закон умножения матрицы на число относительно умножения чисел

$$\alpha\,(\beta A) = (\alpha\beta)\,A = \beta\,(\alpha A);$$

Свойства линейных операций:

4) дистрибутивный закон умножения матрицы на число относительно сложения матриц

$$\alpha\,(A+B)=\alpha A+\alpha B;$$

Линейные операции над матрицами

Свойства линейных операций:

4) дистрибутивный закон умножения матрицы на число относительно сложения матриц

$$\alpha\,(A+B)=\alpha A+\alpha B;$$

5) дистрибутивный закон умножения матрицы на число относительно сложения чисел

$$(\alpha+\beta)\,A=\alpha A+\beta A.$$

Следствия из свойств линейных операций:

Линейные операции над матрицами

Следствия из свойств линейных операций:

1. Матрица $-A$, называемая **противоположной** матрице A, определяется как

$$-A = (-1) \cdot A.$$

Следствия из свойств линейных операций:

1. Матрица $-A$, называемая **противоположной** матрице A, определяется как

$$-A = (-1) \cdot A.$$

2. Матрица $A - B$, называемая **разностью** матриц A и B, определяется как

$$A - B = A + (-B).$$

Нелинейные операции над матрицами

Нелинейные операции над матрицами

К нелинейным операциям относятся:

К нелинейным операциям относятся:
1) умножение матриц,

Нелинейные операции над матрицами

К нелинейным операциям относятся:

1) умножение матриц,

2) транспонирование матрицы.

Определение

Произведением двух матриц $A_{m\times n} = (a_{ij})$ и $B_{n\times k} = (b_{ij})$ называется матрица $C_{m\times k}$, каждый элемент c_{ij} которой равен сумме произведений элементов i-ой строки матрицы A на соответствующие элементы j-ого столбца матрицы B, т.е.

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \ldots + a_{in}b_{nj}.$$

Определение

Произведением двух матриц $A_{m\times n} = (a_{ij})$ и $B_{n\times k} = (b_{ij})$ называется матрица $C_{m\times k}$, каждый элемент c_{ij} которой равен сумме произведений элементов i-ой строки матрицы A на соответствующие элементы j-ого столбца матрицы B, т.е.

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \ldots + a_{in}b_{nj}.$$

Обозначение: $C = A \cdot B$ или $C = AB$.

Замечание

Замечание

Операция умножения матриц определена, только если число столбцов первой матрицы совпадает с числом строк второй матрицы.

Замечание

Операция умножения матриц определена, только если число столбцов первой матрицы совпадает с числом строк второй матрицы. Такие матрицы называют **согласованными**.

Нелинейные операции над матрицами

Пример:

Нелинейные операции над матрицами

Пример: Найти $A \cdot B$ и $B \cdot A$, когда

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Нелинейные операции над матрицами

Пример: Найти $A \cdot B$ и $B \cdot A$, когда

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Число столбцов матрицы $A_{2\times2}$ совпадает с числом строк матрицы $B_{2\times3}$.

Пример: Найти $A \cdot B$ и $B \cdot A$, когда

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Число столбцов матрицы $A_{2\times 2}$ совпадает с числом строк матрицы $B_{2\times 3}$. Значит, матрица $A \cdot B$ существует

Нелинейные операции над матрицами

Пример: Найти $A \cdot B$ и $B \cdot A$, когда

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Число столбцов матрицы $A_{2\times 2}$ совпадает с числом строк матрицы $B_{2\times 3}$. Значит, матрица $A \cdot B$ существует и имеет размерность 2×3.

Нелинейные операции над матрицами

$A \cdot B$

Нелинейные операции над матрицами

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Нелинейные операции над матрицами

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} & & \\ & & \end{pmatrix}$$

Нелинейные операции над матрицами

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \cdot 1 + 1 \cdot 3 & & \\ & & \end{pmatrix}$$

Нелинейные операции над матрицами

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3\cdot 1 + 1\cdot 3 & 3\cdot 2 + 1\cdot 1 & \\ & & \end{pmatrix}$$

Нелинейные операции над матрицами

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3\cdot1+1\cdot3 & 3\cdot2+1\cdot1 & 3\cdot1+1\cdot0 \\ & & \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3{\cdot}1+1{\cdot}3 & 3{\cdot}2+1{\cdot}1 & 3{\cdot}1+1{\cdot}0 \\ 4{\cdot}1+2{\cdot}3 & & \end{pmatrix}$$

Нелинейные операции над матрицами

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3\cdot1+1\cdot3 & 3\cdot2+1\cdot1 & 3\cdot1+1\cdot0 \\ 4\cdot1+2\cdot3 & 4\cdot2+2\cdot1 & \end{pmatrix}$$

Нелинейные операции над матрицами

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3\cdot1+1\cdot3 & 3\cdot2+1\cdot1 & 3\cdot1+1\cdot0 \\ 4\cdot1+2\cdot3 & 4\cdot2+2\cdot1 & 4\cdot1+2\cdot0 \end{pmatrix}$$

Нелинейные операции над матрицами

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3\cdot 1 + 1\cdot 3 & 3\cdot 2 + 1\cdot 1 & 3\cdot 1 + 1\cdot 0 \\ 4\cdot 1 + 2\cdot 3 & 4\cdot 2 + 2\cdot 1 & 4\cdot 1 + 2\cdot 0 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3\cdot 1+1\cdot 3 & 3\cdot 2+1\cdot 1 & 3\cdot 1+1\cdot 0 \\ 4\cdot 1+2\cdot 3 & 4\cdot 2+2\cdot 1 & 4\cdot 1+2\cdot 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 10 & 10 & 4 \end{pmatrix}.$$

Нелинейные операции над матрицами

Число столбцов матрицы $B_{2\times 3}$ отличается от числа строк матрицы $A_{2\times 2}$. Следовательно, матрица $B \cdot A$ не существует.

Нелинейные операции над матрицами

Свойства операции умножения:

Свойства операции умножения:

1) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$;

Свойства операции умножения:

1) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$;

2) $A \cdot (B + C) = AB + AC$,

$(A + B) \cdot C = AC + BC$;

Нелинейные операции над матрицами

Свойства операции умножения:

1) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$;

2) $A \cdot (B + C) = AB + AC$,

$(A + B) \cdot C = AC + BC$;

3) $(\alpha A) \cdot B = \alpha (A \cdot B) = A \cdot (\alpha B)$;

Свойства операции умножения:

1) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$;

2) $A \cdot (B + C) = AB + AC$,
$(A + B) \cdot C = AC + BC$;

3) $(\alpha A) \cdot B = \alpha\,(A \cdot B) = A \cdot (\alpha B)$;

4) в общем случае $A \cdot B \neq B \cdot A$;

Свойства операции умножения:

1) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$;

2) $A \cdot (B + C) = AB + AC$,

$(A + B) \cdot C = AC + BC$;

3) $(\alpha A) \cdot B = \alpha (A \cdot B) = A \cdot (\alpha B)$;

4) в общем случае $A \cdot B \neq B \cdot A$;

5) $A \cdot E = A$, $E \cdot A = A$, где E - единичная матрица.

Следствие из свойств операции умножения:

Следствие из свойств операции умножения:
Матрица A^n, называемая ***n*-ой степенью** квадратной матрицы A, определяется как

$$A^n = A \cdot A \cdot \ldots \cdot A \ (n \text{ раз}).$$

Следствие из свойств операции умножения:
Матрица A^n, называемая ***n*-ой степенью** квадратной матрицы A, определяется как

$$A^n = A \cdot A \cdot \ldots \cdot A \; (n \text{ раз}).$$

При этом полагают, что $A^0 = E$.

Нелинейные операции над матрицами

Определение

Матрица, полученная из матрицы A путем замены ее строк на столбцы с соответствующими номерами, называется **транспонированной** к A.

Определение

Матрица, полученная из матрицы A путем замены ее строк на столбцы с соответствующими номерами, называется **транспонированной** к A.

Обозначение: A^T.

Нелинейные операции над матрицами

Определение

Матрица, полученная из матрицы A путем замены ее строк на столбцы с соответствующими номерами, называется **транспонированной** к A.

Обозначение: A^T.

Определение

Операция получения транспонированной матрицы называется **транспонированием матрицы**.

Пример:

Пример:

Если $A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & -2 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$,

Пример:

Если $A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & -2 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, то $A^T = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 9 & 0 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$.

Нелинейные операции над матрицами

Свойства операции транспонирования:

Нелинейные операции над матрицами

Свойства операции транспонирования:

1) $\left(A^T\right)^T = A$;

Нелинейные операции над матрицами

Свойства операции транспонирования:

1) $\left(A^T\right)^T = A$;

2) $(A+B)^T = A^T + B^T$;

Нелинейные операции над матрицами

Свойства операции транспонирования:

1) $(A^T)^T = A$;

2) $(A+B)^T = A^T + B^T$;

3) $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$;

Нелинейные операции над матрицами

Свойства операции транспонирования:

1) $\left(A^T\right)^T = A$;

2) $(A+B)^T = A^T + B^T$;

3) $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$;

4) $(\alpha A)^T = \alpha \cdot A^T$.

Нелинейные операции над матрицами

Определение

Квадратная матрица A называется **симметрической (или симметричной)**, если она не изменяется в результате транспонирования, т.е. $A^T = A$.

Элементарные преобразования матриц

Элементарные преобразования матриц

Определение

Следующие преобразования матриц будем называть **элементарными**:

Элементарные преобразования матриц

Определение

Следующие преобразования матриц будем называть **элементарными**:

1) перестановка местами двух параллельных рядов (строк или столбцов) матрицы;

Элементарные преобразования матриц

Определение

Следующие преобразования матриц будем называть **элементарными**:

1) перестановка местами двух параллельных рядов (строк или столбцов) матрицы;

2) умножение и деление всех элементов ряда на число, отличное от нуля;

Определение

Следующие преобразования матриц будем называть **элементарными**:

3) прибавление ко всем элементам ряда матрицы соответствующих элементов параллельного ряда, умноженных на число, отличное от нуля;

Элементарные преобразования матриц

Определение

Следующие преобразования матриц будем называть **элементарными**:

3) прибавление ко всем элементам ряда матрицы соответствующих элементов параллельного ряда, умноженных на число, отличное от нуля;

4) вычитание из элементов ряда матрицы соответствующих элементов параллельного ряда, умноженных на число, отличное от нуля.

Определение

Две матрицы A и B называются **эквивалентными**, если одна из них получается из другой с помощью элементарных преобразований.

Определение
Две матрицы A и B называются **эквивалентными**, если одна из них получается из другой с помощью элементарных преобразований.
Обозначение: $A \sim B$.