

**КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН**  
курса «Аналитическая геометрия»  
для студентов 1 курса 1 семестра 2024–25 учебного года  
УЦ1-11, УЦ1-12, УЦ6-11

*ЛИТЕРАТУРА*

*Основная учебная литература (ОЛ)*

1. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Аналитическая геометрия (серия «Математика в техническом университете», выпуск 3). – М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. – 387 с.
2. Сборник задач по математике для втузов. Ч.1. Линейная алгебра и основы математического анализа: Учеб. пособие для втузов / Под ред. А.В. Ефимова, Б.П. Демидовича. – М.: Наука, 1993. – 480 с.

*Дополнительная учебная литература (ДЛ)*

3. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. Т.1 – М.: Интеграл-Пресс, 2006. – 416 с.
4. Лунгу К. Н., Письменный Д. Т., Федин С. Н., Шевченко Ю. А. Сборник задач по высшей математике. С контрольными работами. М.: Айрис-пресс, 2021. 576 с.

*Методические пособия, изданные в МГТУ им. Н.Э. Баумана (МП)*

4. Меньшова И.В., Семакин А.Н. Матричная и векторная алгебра. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2023. – 88 с.
5. Агаева Э.И., Сперанская Р.Ф. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. – 60 с.
6. Бархатова О.А., Садыхов Г.С. Поверхности второго порядка. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – 40 с.
7. Пелевина А.Ф., Зорина И.Г. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 46 с.
8. Дубограй И.В., Леванков В.И., Максимова Е.В. Методические указания к выполнению домашнего задания по теме “Кривые второго порядка”. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 52 с.

**ЛЕКЦИИ**

**МОДУЛЬ 1: МАТРИЧНАЯ АЛГЕБРА. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА**

**Лекция 1.1.** Матрицы. Виды матриц. Линейные операции над матрицами (сравнение, сложение, вычитание, умножение на число) и их свойства. Нелинейные операции над матрицами (произведение, возведение в степень, транспонирование) и их свойства. Элементарные преобразования матриц.

ОЛ-1, пп. 6.1–6.4, 6.8

**Лекция 1.2.** Вырожденные и невырожденные матрицы. Присоединенная матрица. Обратная матрица, ее единственность, критерий ее существования. Вычисление обратной матрицы с помощью присоединенной матрицы и с помощью элементарных преобразований. Решение матричных уравнений  $AX=C$ ,  $XB=C$ ,  $AXB=C$  с невырожденными матрицами  $A$  и  $B$ .

ОЛ-1, пп. 8.1–8.4

**Лекция 1.3.** Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ): основные понятия, координатная, матричная и векторная формы записи. Понятие общего и частного решений СЛАУ. Критерий Кронекера – Капелли совместности СЛАУ. Решение невырожденных систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера. Метод Гаусса решения СЛАУ, выбор базисных и свободных неизвестных. Критерий единственности решения совместной СЛАУ.

ОЛ-1, пп. 9.1–9.4

**Лекция 1.4.** Скалярные и векторные величины. Понятие геометрического вектора, как направленного отрезка. Длина вектора. Нуль-вектор, единичный вектор (орт). Угол между двумя векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Равенство векторов. Связанные, скользящие и свободные векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Ортогональная проекция вектора на направление другого вектора и ее свойства. Разложение вектора по ортам координатных осей (координаты вектора). Направляющие косинусы.

ОЛ-1, пп. 1.1–1.4

**Лекция 1.5.** Скалярное произведение двух векторов, его свойства. Формулы для вычисления скалярного произведения, длины вектора, косинуса угла между векторами через координаты векторов в ортонормированном базисе. Приложения скалярного произведения.

Ориентация базиса, правые и левые тройки векторов. Векторное произведение двух векторов, его геометрический и механический смысл. Алгебраические свойства векторного произведения. Вычисление векторного произведения в ортонормированном базисе. Смешанное произведение векторов, его геометрический смысл. Алгебраические свойства смешанного произведения. Вычисление смешанного произведения в ортонормированном базисе. Условие компланарности трех векторов.

ОЛ-1, пп. 2.3–2.5

## **МОДУЛЬ 2: АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ**

**Лекция 2.1.** Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно заданному вектору. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки, не лежащие на одной прямой. Уравнение плоскости "в отрезках". Взаимное расположение двух плоскостей. Угол между двумя плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.

ОЛ-1, пп. 4.4, 5.1.

**Лекция 2.2.** Линии второго порядка на плоскости: эллипс, гипербола, парабола. Определение, общие характеристики. Каноническое уравнение, исследование формы. Эксцентриситет, директрисы. Общее уравнение кривой.

ОЛ-1, гл. 11.

**Лекция 2.3.** Комплексные числа: алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Геометрическое изображение комплексных чисел. Действия над комплексными числами: сложение, вычитание, деление, возведение в степень, извлечение корня. Формулы Эйлера и Муавра. Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом.

ДЛ-3, гл. 7, §1–2.

## МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ

### МОДУЛЬ 1: МАТРИЧНАЯ АЛГЕБРА. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

**Текст 1.1** (после лекции 1.1). Определитель матрицы произвольного порядка, его свойства. Вычисление определителей 2-ого и 3-его порядков. Миноры и алгебраические дополнения элементов матрицы. Вычисление определителя произвольного порядка (разложение определителя по элементам строки или столбца)

ОЛ-1, пп. 7.1–7.3.

**Текст 1.2** (после лекции 1.2). Понятие линейной зависимости строк или столбцов матрицы. Базисный минор. Базисные строки и столбцы. Теорема о базисном миноре и её следствие. Ранг матрицы, теорема о ранге матрицы и её следствие. Свойства ранга матрицы. Способы вычисления ранга матрицы: метод окаймляющих миноров, метод элементарных преобразований.

ОЛ-1, пп. 6.7, 8.4–8.6.

**Текст 1.3** (после лекции 1.3). Однородные СЛАУ, их совместность. Критерий существования ненулевого решения однородной СЛАУ, его следствие для «квадратных» систем. Свойства решений однородной СЛАУ. Фундаментальная система решений однородной СЛАУ. Структура общего решения однородной СЛАУ. Структура общего решения неоднородной СЛАУ.

ОЛ-1, пп. 9.5–9.7.

**Текст 1.4** (после лекции 1.4). Линейные операции над векторами, заданными своими координатами. Условие коллинеарности векторов в координатной форме. Линейная зависимость векторов, критерий линейной зависимости и свойства систем линейно зависимых и независимых систем векторов. Базис, виды базисов. Координаты вектора в заданном базисе.

ОЛ-1, пп. 1.5–1.7, 2.2.

### МОДУЛЬ 2: АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ

**Текст 2.1** (после лекции 1.5). Декартова прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Координаты точки. Формулы для расстояния между двумя точками и деления отрезка в данном отношении. Прямая на плоскости, её направляющий и нормальный векторы. Различные виды уравнения прямой на плоскости: прямая с угловым коэффициентом, параметрические уравнения, каноническое уравнение, уравнение в отрезках, общее уравнение. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Нахождение угла между прямыми.

ОЛ-1, пп. 3.1–3.5, 4.1–4.3.

**Текст 2.2** (после лекции 2.1). Уравнения прямой в пространстве: как линии пересечения двух плоскостей (общие), канонические, параметрические и уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Исследование взаимного расположения прямой и плоскости, двух прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми, угол между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми. Расстояние между прямой и плоскостью. Пересечение прямой и плоскости.

ОЛ-1, пп. 5.3–5.5.

**Текст 2.3** (после лекции 2.2). Поверхности второго порядка. Общее уравнение поверхности второго порядка. Канонические уравнения и вид поверхностей: эллипсоида, однополостного гиперболоида, двуполостного гиперболоида, эллиптического параболоида, гиперболического параболоида. Цилиндрические поверхности, конические поверхности.

ОЛ-1, гл. 12.

## ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

### МОДУЛЬ 1: МАТРИЧНАЯ АЛГЕБРА. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

**Занятия 1-2.** Матрицы. Линейные операции с матрицами. Умножение матриц. Элементарные преобразования над матрицами.

Ауд.: ОЛ - 2. I. № 3.76.

II. Вычислить произведение согласованных матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & -1 & 4 \\ 5 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

III. 3.83, 3.93, 3.95, 3.96.

IV. Вычислить  $A \cdot A^T$  и  $A^T \cdot A$ , если

а)  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ ;

б)  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

V. №№ 3.86, 3.90, 3.92, 3.103.

VIII. Привести к ступенчатому виду матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & -2 \\ -5 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Дома: I. ОЛ - 2. №№ 3.79, 3.82, 3.84, 3.85, 3.94, 3.97; 3.91, 3.104.

II. Привести к ступенчатому виду матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & -4 \\ 3 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Занятие 3.** Вычисление определителей. Миноры и алгебраические дополнения матрицы.

Ауд.:

I. Вычислить определители второго порядка:

1.  $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{vmatrix}$ ; 2.  $\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$ .

II. Вычислить определители третьего порядка методом треугольника:

1.  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ ; 2.  $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & -3 \end{vmatrix}$ ; 3.  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$ .

III. Вычислить все миноры определителя  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ .

IV. Вычислить все алгебраические дополнения определителя  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ .

V. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$  разложением по элементам: а) первой строки; б) второго столбца.

VI. ОЛ - 2. №№ 3.50, 3.52, 3.55, 3.61.

Дома: ОЛ - 2. №№ 3.51, 3.53, 3.56, 3.57, 3.62.

**Занятия 4-5.** Обратная матрица, методы ее нахождения. Решение матричных уравнений.

Ауд.: ОЛ - 2. №№ 3.106, 3.109, 3.115, 3.119; 3.121, 3.122, 3.123, 3.128.

Дома: ОЛ - 2. №№ 3.107, 3.108, 3.110, 3.114, 3.116; 3.124, 3.125, 3.127.

**Занятие 6.** Ранг матрицы.

Ауд.: ОЛ - 2. №№ 3.150, 3.154, 3.163, 3.165, 3.167, 3.152 (методом элементарных преобразований) 3.156.

Дома: ОЛ - 2. №№ 3.151, 3.153, 3.164, 3.166, 3.168, 3.169, 3.157.

**Занятие 7.** Решение определенных систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера.

Ауд.: ОЛ - 2. №№ 3.187, 3.191, 3.192 (двумя способами), 3.198 (с помощью обратной матрицы), 3.196.

Дома: ОЛ - 2. №№ 3.188, 3.190, 3.193, 3.199 (с помощью обратной матрицы).

**Занятия 8-9.** Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

Ауд.: ОЛ - 2. №№ 3.206, 3.208, 3.210, 3.212, 3.218; 3.223, 3.225, 3.227, 3.236.

Дома: ОЛ - 2. №№ 3.207, 3.209, 3.211, 3.213, 3.214, 3.219; 3.224, 3.226, 3.237.

**Занятия 10-11.** Линейные операции над векторами. Разложение вектора по базису. Ортогональная проекция вектора на направление другого вектора

Ауд.: I. ОЛ - 2. №№ 2.3(а, б), 2.4, 2.8, 2.19, 2.22; 2.40, 2.35, 2.36, 2.26(а).

II. При каких  $\alpha$  и  $\beta$  векторы  $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \alpha\vec{k}$  и  $\vec{b} = \beta\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$  коллинеарны?

III. ОЛ - 2. №№ 2.43, 2.37, 2.38.

Дома: I. ОЛ - 2. №№ 2.3(в), 2.7, 2.9, 2.10, 2.17, 2.20, 2.23; 2.39, 2.42, 2.46, 2.44, 2.26(б).

II. 1. Разложить вектор  $\vec{c} = (9; 4)$  по векторам  $\vec{a} = (2; 1)$  и  $\vec{b} = (2; -3)$ , предварительно убедившись, что векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют базис.

2. Представить вектор  $\vec{d} = (4; 12; -3)$ , как линейную комбинацию векторов  $\vec{a} = (2; 3; 1)$ ,  $\vec{b} = (5; 7; 0)$ ,  $\vec{c} = (3; -2; 4)$ .

**Занятие 12.** Скалярное произведение векторов и его свойства.

Ауд.: ОЛ - 2. №№ 2.65, 2.66, 2.67, 2.70, 2.78(б, д), 2.80, 2.81(а), 2.88, 2.84.

Дома: ОЛ - 2. №№ 2.68, 2.72, 2.74, 2.78(а, в-е, ж-и), 2.81(б), 2.83, 2.89.

**Занятия 13-14.** Векторное и смешанное произведения векторов и их свойства.

Ауд.: ОЛ - 2. I. №№ 2.98(а, б), 2.100(а, б), 2.102, 2.106(а, б), 2.108, 2.109, 2.110, 2.115; 2.124, 2.126, 2.127(а), 2.135(б), 2.136(а), 2.134, 2.140(в).

II. 1. Установить, лежат ли точки  $A(-2; 1; 3)$ ,  $B(3; 0; 1)$ ,  $C(1; -1; 1)$ ,  $D(1; 0; -4)$  в одной плоскости?

2. Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах  $\vec{AB} = (1; -2; 3)$ ,  $\vec{AD} = (0; 1; -4)$ ,  $\vec{AA_1} = (3; 4; 1)$ .

Дома: ОЛ - 2. №№ 2.98(в), 2.100(в, г), 2.106(в), 2.107, 2.111, 2.112, 2.116; 2.125, 2.127(б), 2.130, 2.133, 2.135(а), 2.136(б), 2.137, 2.140(а, б).

**Занятие 15.** Рубежный контроль «Векторная алгебра»

## МОДУЛЬ 2: АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ

**Занятия 16-17.** Прямая на плоскости. Плоскость в пространстве.

Ауд.: I. ОЛ - 2. №№ 2.141(а), 2.144(а), 2.145, 2.146, 2.150(а); 2.180(а), 2.181(а), 2.182(а), 2.183(а), 2.185, 2.190, 2.192(а).

II. Известны координаты вершин тетраэдра:  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(5; 3; 0)$ ,  $C(0; 1; 1)$ ,  $D(-2; -4; 1)$ . Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины  $D$ .

Дома: ОЛ - 2. №№ 2.141(б), 2.142 (б), 2.143(б), 2.144(б), 2.147, 2.148, 2.150(б); 2.180(б), 2.181(б), 2.182(б), 2.183(б), 2.184(б), 2.186, 2.187, 2.193(б), 2.195.

**Занятия 18-19.** Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.

Ауд.: ОЛ - 2. №№ 2.198(а, б, д), 2.199(а), 2.197(а), 2.205(а), 2.201(а), 2.200(а, в), 2.208, 2.214.

Дома: ОЛ - 2. №№ 2.197(б), 2.198(е), 2.199(б), 2.200(б, г), 2.201(б, в), 2.203(б), 2.205(б), 2.210, 2.215.

**Занятие 20.** Кривые второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола.

Ауд.: ОЛ - 2. №№ 2.241(а), 2.246, 2.249(а), 2.265, 2.266, 2.269(а), 2.285(а, б), 2.286(а), 2.288(а, в, д).

Дома: ОЛ - 2. №№ 2.241 (б, в), 2.247(а, б), 2.249(б, в), 2.269(б, в), 2.285(в, г), 2.286(б, в), 2.288(б, г, е).

**Занятие 21.** Поверхности второго порядка.

Ауд.: ОЛ - 2. №№ 2.372, 2.373, 2.383, 2.378, 2.394, 2.397.

Дома: ОЛ - 2. №№ 2.374, 2.375, 2.380, 2.381, 2.382, 2.393, 2.396.

**Занятие 22.** Рубежный контроль «Прямые, плоскости и кривые 2-ого порядка».

**Занятия 23-24.** Комплексные числа.

Ауд.: ОЛ - 2. №№ 1.421, 1.422, 1.426, 1.430, 1.442, 1.448(а), 1.435, 1.436, 1.440, 1.475, 1.482(а), 1.485; 1.496, 1.501, 1.508, 1.510, 1.512.

Дома: ОЛ - 2. I. №№ 1.424, 1.428, 1.431, 1.437, 1.438, 1.445, 1.446, 1.448(б), 1.477, 1.482(б), 1.486; 1.463, 1.465, 1.467, 1.468, 1.497, 1.500, 1.509, 1.511.

II. Решить уравнения: 1)  $z^2 + 2z - 2 - 4i = 0$ ; 2)  $z^4 - 16i = 0$ .

### Контрольные мероприятия:

#### Модуль 1

Рубежный контроль «Векторная алгебра». Срок сдачи — 10 неделя.

Домашнее задание «Матричная алгебра». Срок сдачи — 7 неделя.

#### Модуль 2

Рубежный контроль «Прямые, плоскости и кривые 2-ого порядка». Срок сдачи — 15 неделя

Домашнее задание «Прямые, плоскости и кривые 2-ого порядка». Срок сдачи — 15 неделя