Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана
Факультет “Фундаментальные науки”
Кафедра “Высшая математика”

Аналитическая геометрия

Модуль 2

Аналитическая геометрия

на плоскости и в пространстве.

Комплексные числа и многочлены

Лекция 2.2

для ГУИМЦ, 2023

к.ф.-м.н. Меньшова И.В.

Линии второго порядка

Определение

Алгебраической линией (кривой) второго порядка называется множество точек плоскости, координаты которых в декартовой прямоугольной системе координат Oxy удовлетворяют алгебраическому уравнению второй степени

Определение

Алгебраической линией (кривой) второго порядка называется множество точек плоскости, координаты которых в декартовой прямоугольной системе координат Oxy удовлетворяют алгебраическому уравнению второй степени

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

Определение

Алгебраической линией (кривой) второго порядка называется множество точек плоскости, координаты которых в декартовой прямоугольной системе координат Oxy удовлетворяют алгебраическому уравнению второй степени

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

По крайней мере одно из чисел A, B или C отлично от нуля.

Линии второго порядка

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

Линии второго порядка

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

Линии второго порядка

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

Линии второго порядка

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

Линии второго порядка

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

Линии второго порядка

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

Это уравнение определяет на плоскости

Линии второго порядка

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

Это уравнение определяет на плоскости

эллипс,

Линии второго порядка

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

Это уравнение определяет на плоскости

эллипс, **гиперболу**

Линии второго порядка

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

Это уравнение определяет на плоскости **эллипс**, **гиперболу** или **параболу**.

Линии второго порядка

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

Это уравнение определяет на плоскости

эллипс, **гиперболу** или **параболу**.

В частных случаях оно также может определять

Линии второго порядка

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

Это уравнение определяет на плоскости **эллипс**, **гиперболу** или **параболу**.

В частных случаях оно также может определять **две прямые**,

Линии второго порядка

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

Это уравнение определяет на плоскости **эллипс**, **гиперболу** или **параболу**.

В частных случаях оно также может определять **две прямые**, **точку**

Линии второго порядка

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0.$$

Это уравнение определяет на плоскости **эллипс**, **гиперболу** или **параболу**.

В частных случаях оно также может определять **две прямые**, **точку** или **мнимую кривую**.

Линии второго порядка

Если кривая симметрична относительно координатных осей или имеет вершину в начале координат, то ее уравнение имеет наиболее простой вид и называется **каноническим**.

Эллипс

Эллипс

Определение

Эллипсом называется множество точек плоскости,

Эллипс

Определение

Эллипсом называется множество точек плоскости, сумма расстояний от каждой из которых до двух данных точек этой плоскости, называемых **фокусами**,

Эллипс

Определение

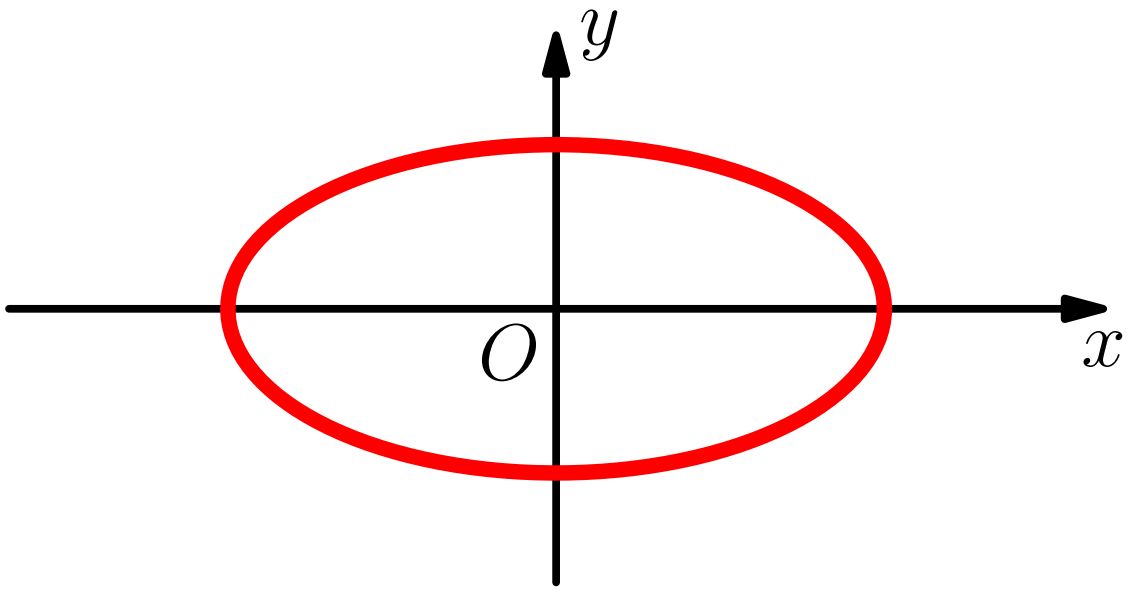
Эллипсом называется множество точек плоскости, сумма расстояний от каждой из которых до двух данных точек этой плоскости, называемых **фокусами**, есть величина постоянная,

Эллипс

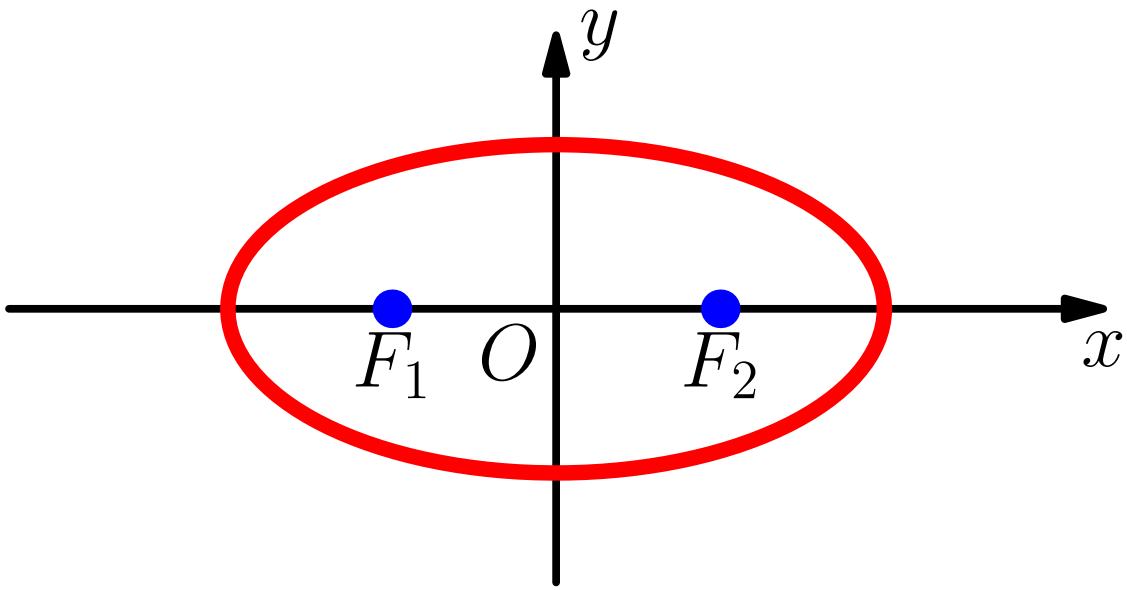
Определение

Эллипсом называется множество точек плоскости, сумма расстояний от каждой из которых до двух данных точек этой плоскости, называемых **фокусами**, есть величина постоянная, причем эта величина больше, чем расстояние между фокусами.

Эллипс

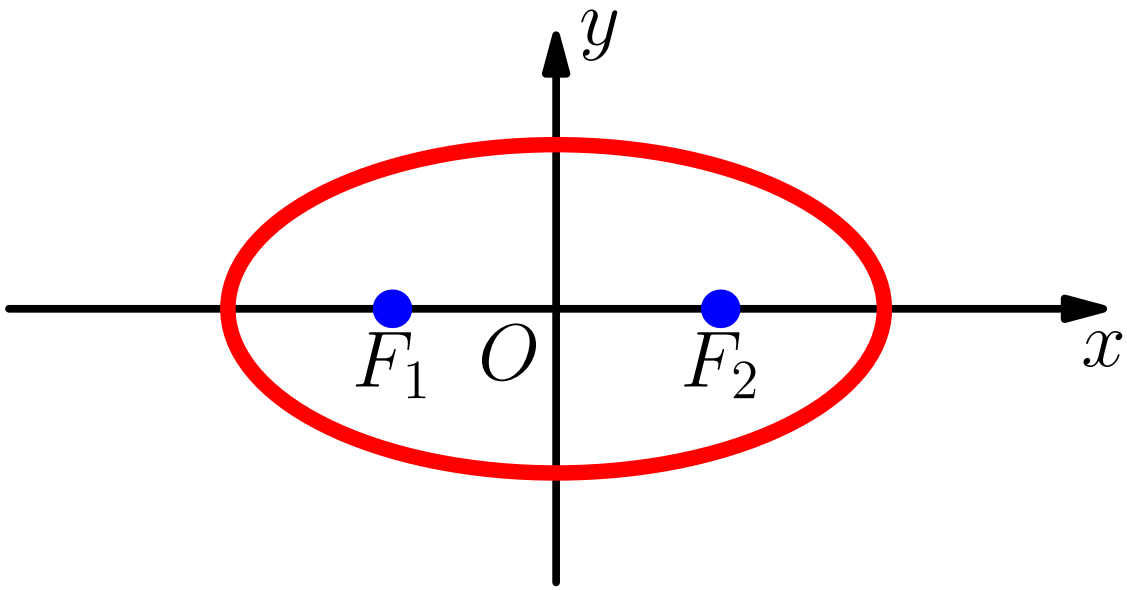


Эллипс



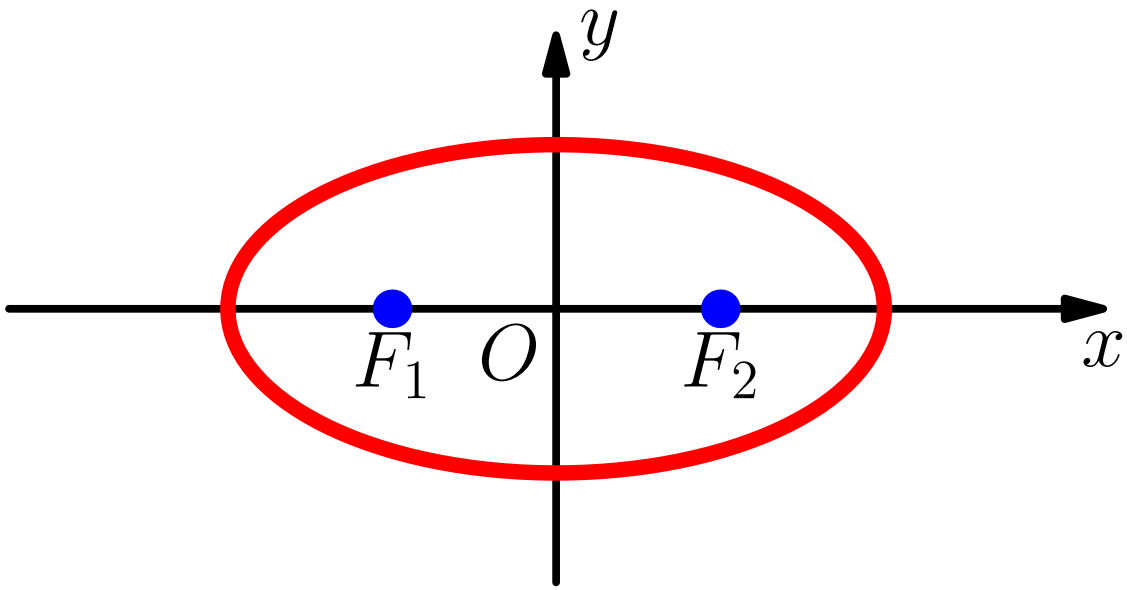
Пусть фокусы эллипса F_1 и F_2 расположены на оси Ox симметрично относительно точки O,

Эллипс



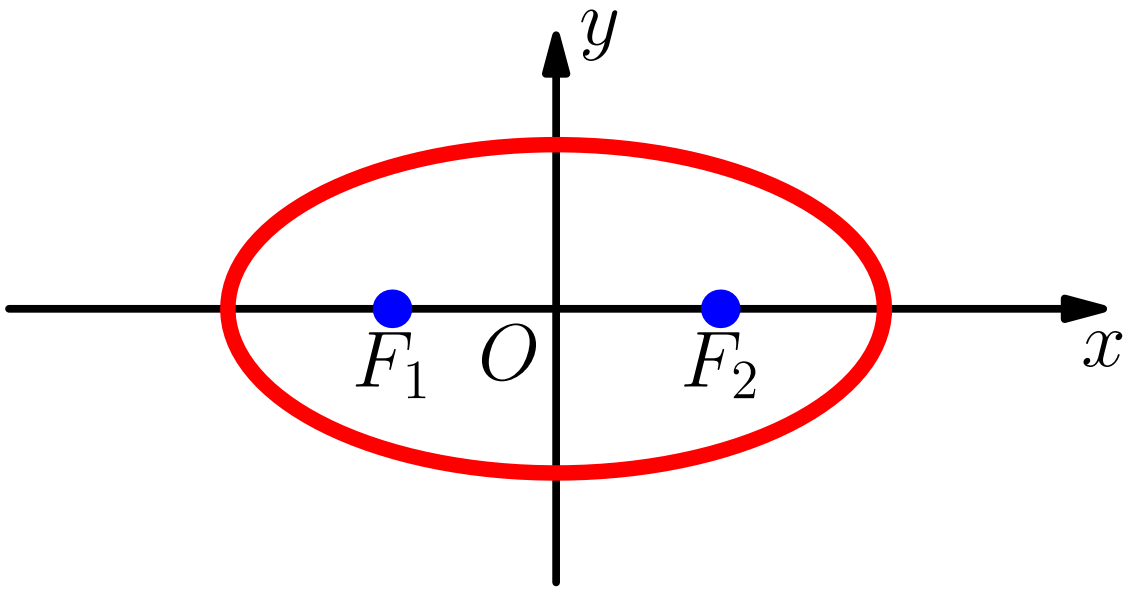
Пусть фокусы эллипса F_1 и F_2 расположены на оси Ox симметрично относительно точки O, и пусть расстояние между ними $F_1F_2 = 2c$.

Эллипс



Пусть фокусы эллипса F_1 и F_2 расположены на оси Ox симметрично относительно точки O, и пусть расстояние между ними $F_1F_2 = 2c$. Тогда имеем $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$.

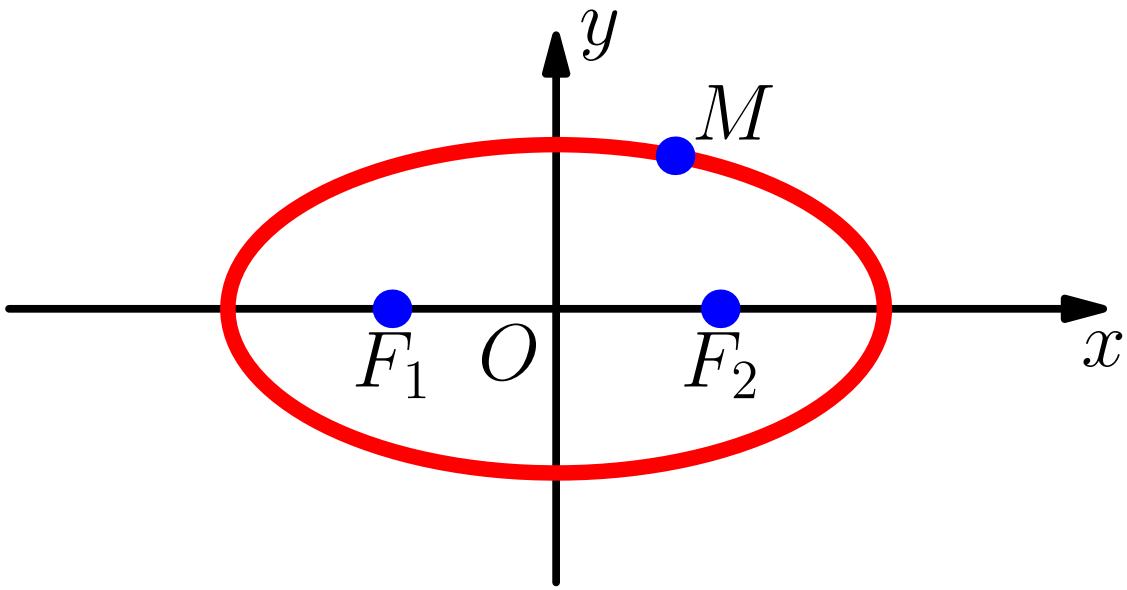
Эллипс



$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$

Пусть фокусы эллипса F_1 и F_2 расположены на оси Ox симметрично относительно точки O, и пусть расстояние между ними $F_1F_2 = 2c$. Тогда имеем $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$.

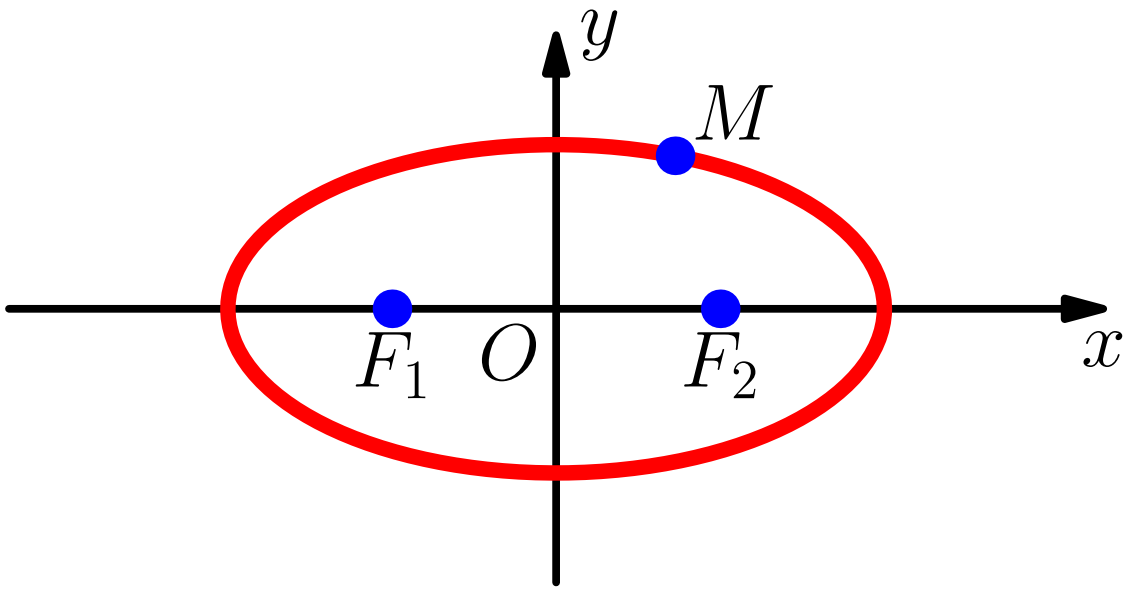
Эллипс



$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$

Пусть $M(x, y)$ - произвольная точка эллипса,

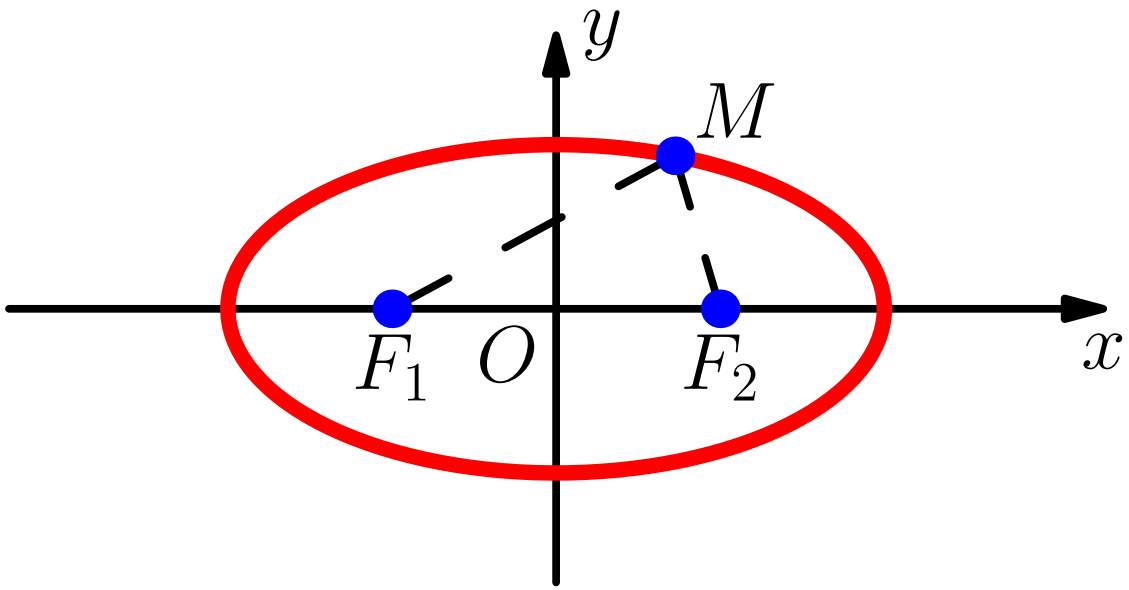
Эллипс



$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$
$M(x, y)$

Пусть $M(x, y)$ - произвольная точка эллипса,

Эллипс

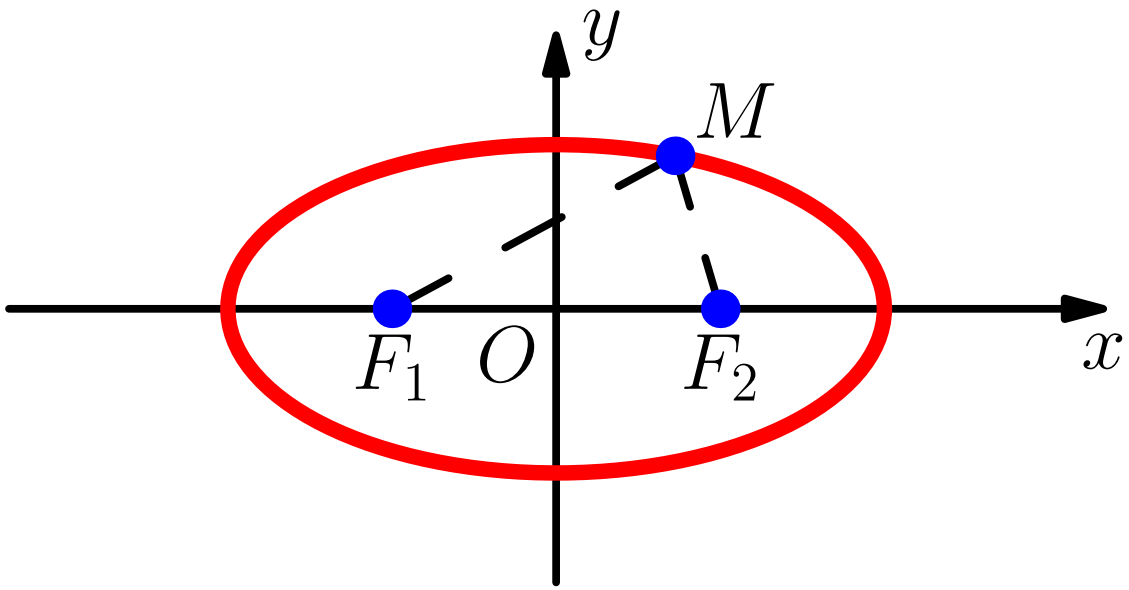


$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$
$M(x, y)$

Пусть $M(x, y)$ - произвольная точка эллипса,

$$MF_1 + MF_2 = 2a$$

Эллипс



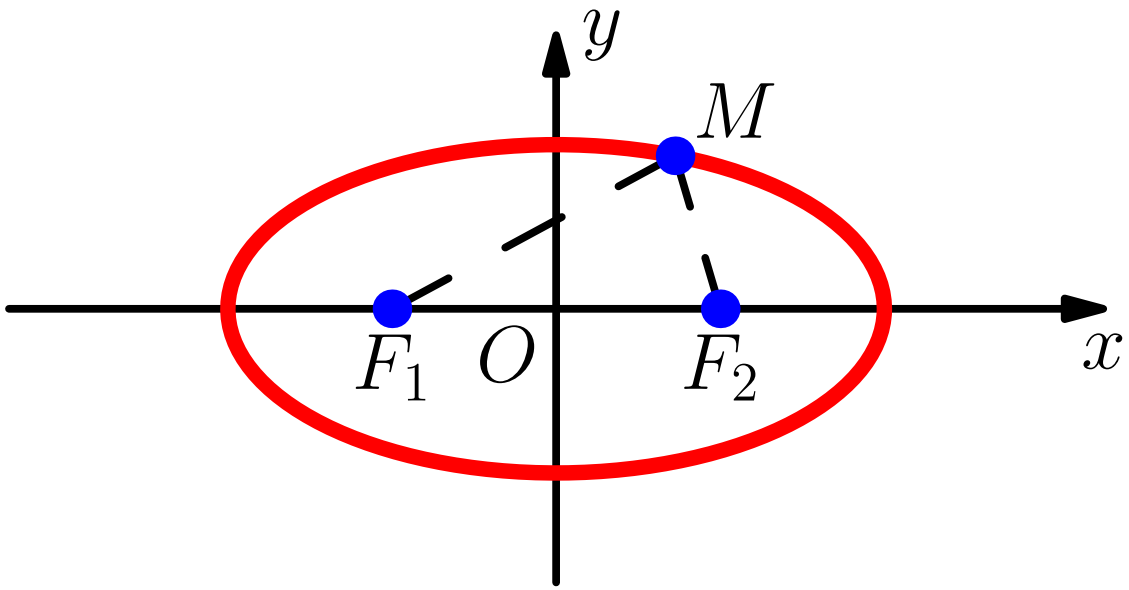
$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$
$M(x, y)$

Пусть $M(x, y)$ - произвольная точка эллипса,

$$MF_1 + MF_2 = 2a$$

и по определению эллипса $2a > 2c$.

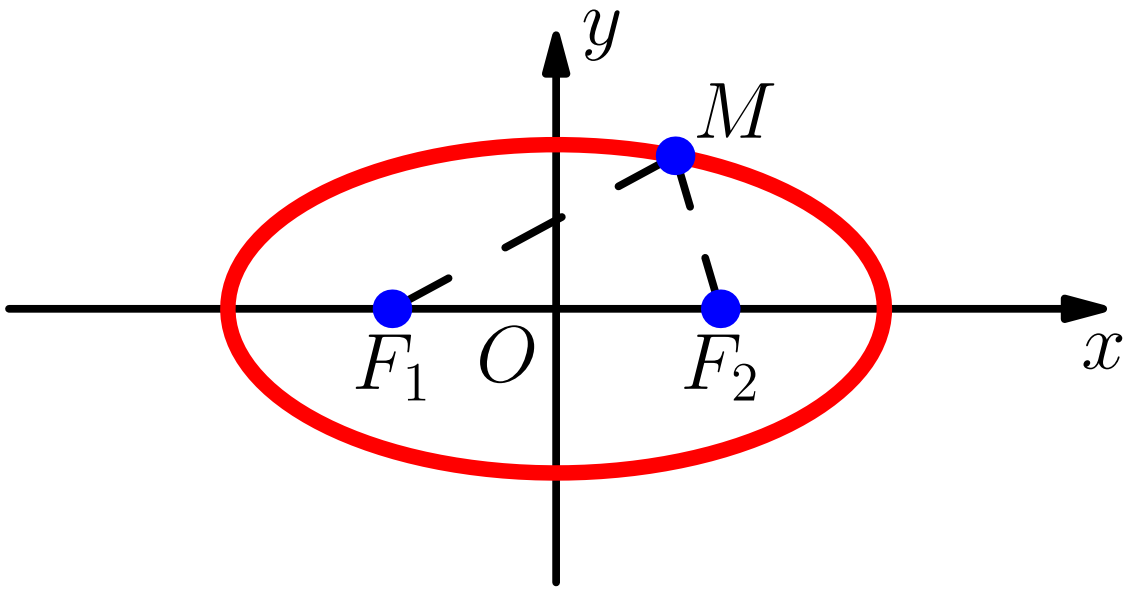
Эллипс



$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$
$M(x, y)$

По формуле расстояния между двумя точками

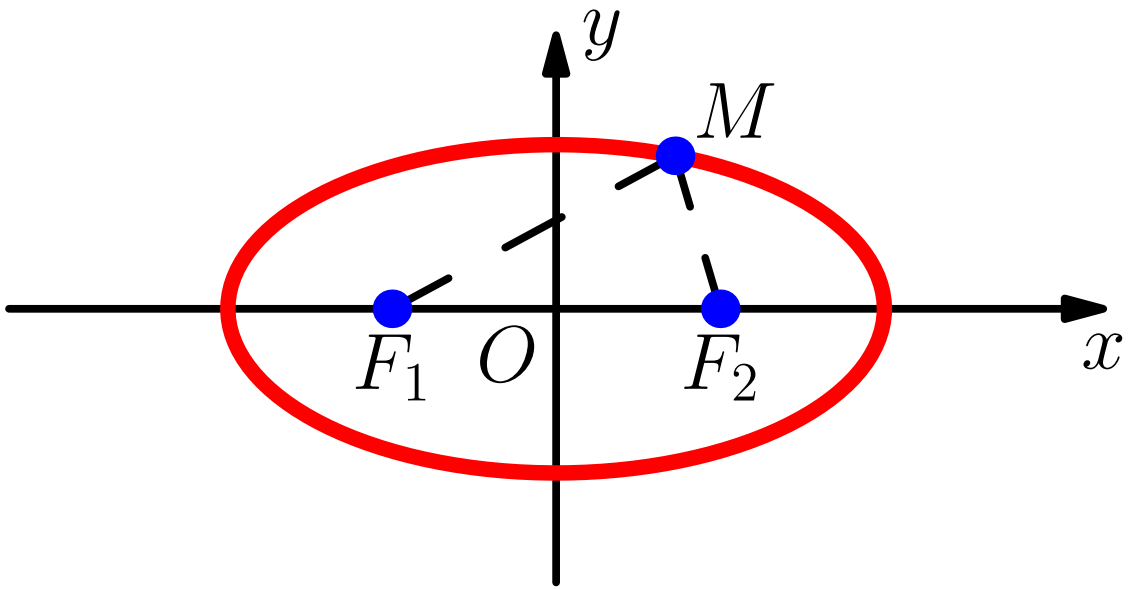
Эллипс



$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$
$M(x, y)$

По формуле расстояния между двумя точками
$MF_1 = |\overrightarrow{MF_1}|$

Эллипс



$F_1(-c, 0)$

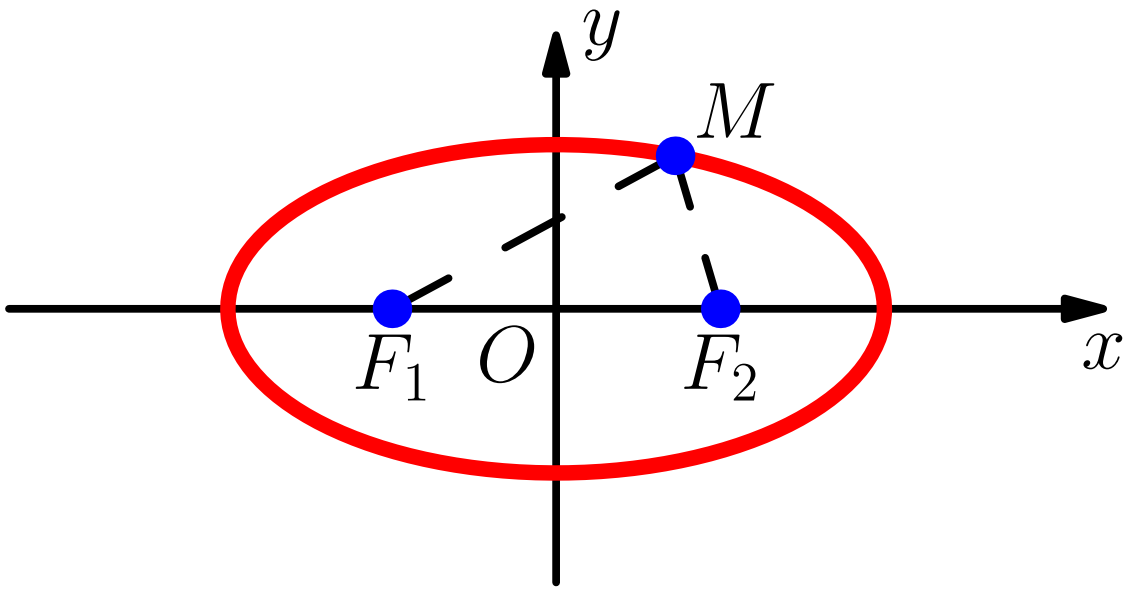
$F_2(c, 0)$

$M(x, y)$

По формуле расстояния между двумя точками

$$MF_1 = |\overrightarrow{MF_1}| = \sqrt{(-c - x)^2 + (0 - y)^2}$$

Эллипс

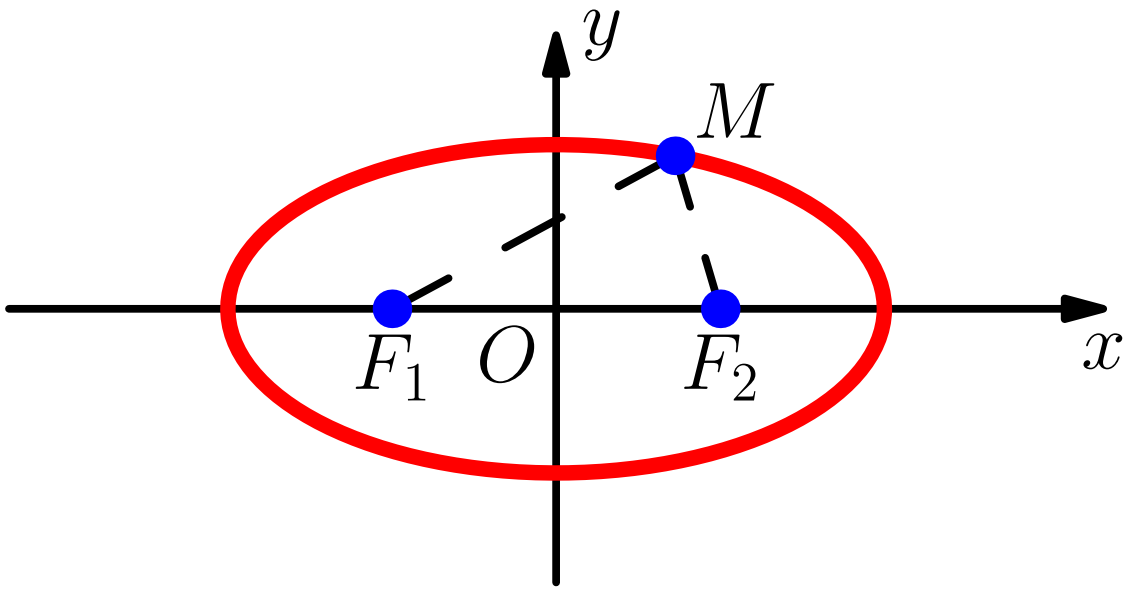


$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$
$M(x, y)$

По формуле расстояния между двумя точками

$$MF_1 = |\overrightarrow{MF_1}| = \sqrt{(-c-x)^2 + (0-y)^2}$$

Эллипс

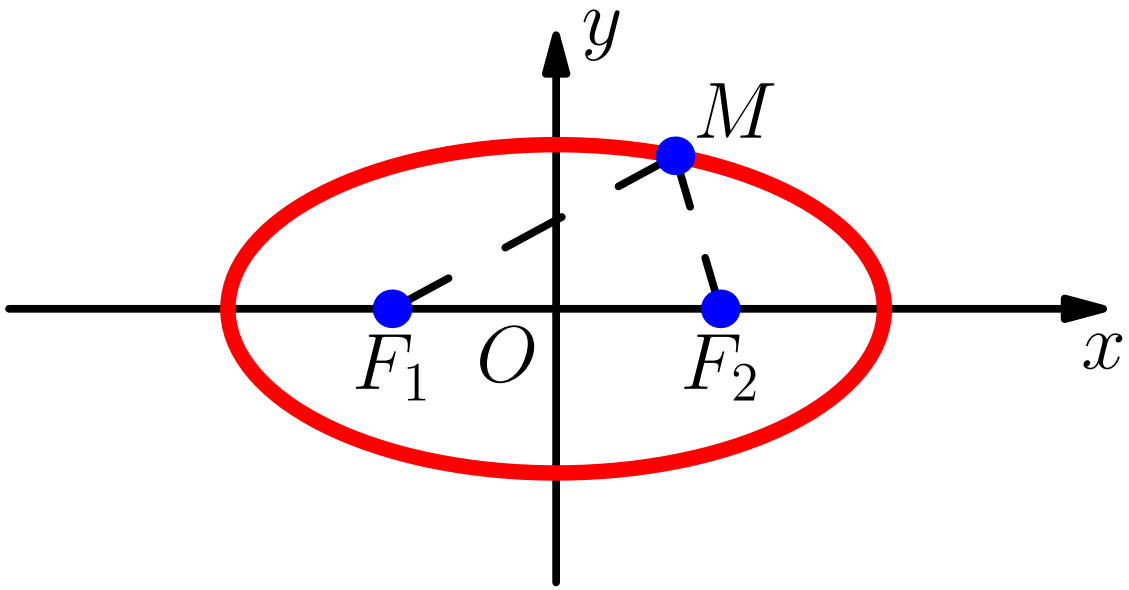


$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$
$M(x, y)$

По формуле расстояния между двумя точками

$$MF_1 = |\overrightarrow{MF_1}| = \sqrt{(-c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x+c)^2 + y^2},$$

Эллипс



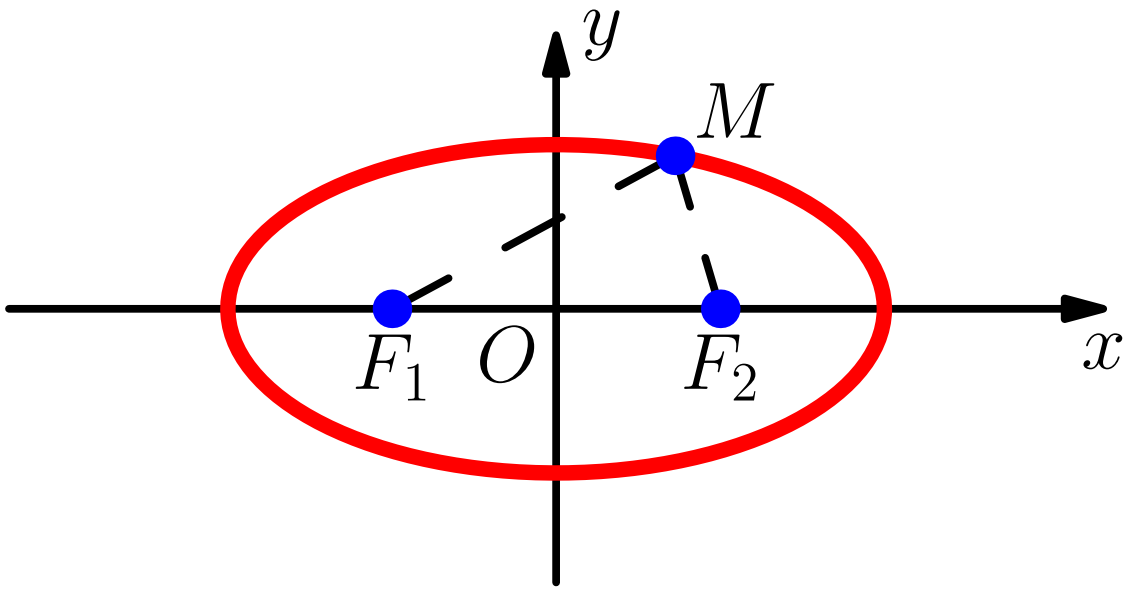
$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$
$M(x, y)$

По формуле расстояния между двумя точками

$$MF_1 = |\overrightarrow{MF_1}| = \sqrt{(-c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x+c)^2 + y^2},$$

$$MF_2 = |\overrightarrow{MF_2}|$$

Эллипс



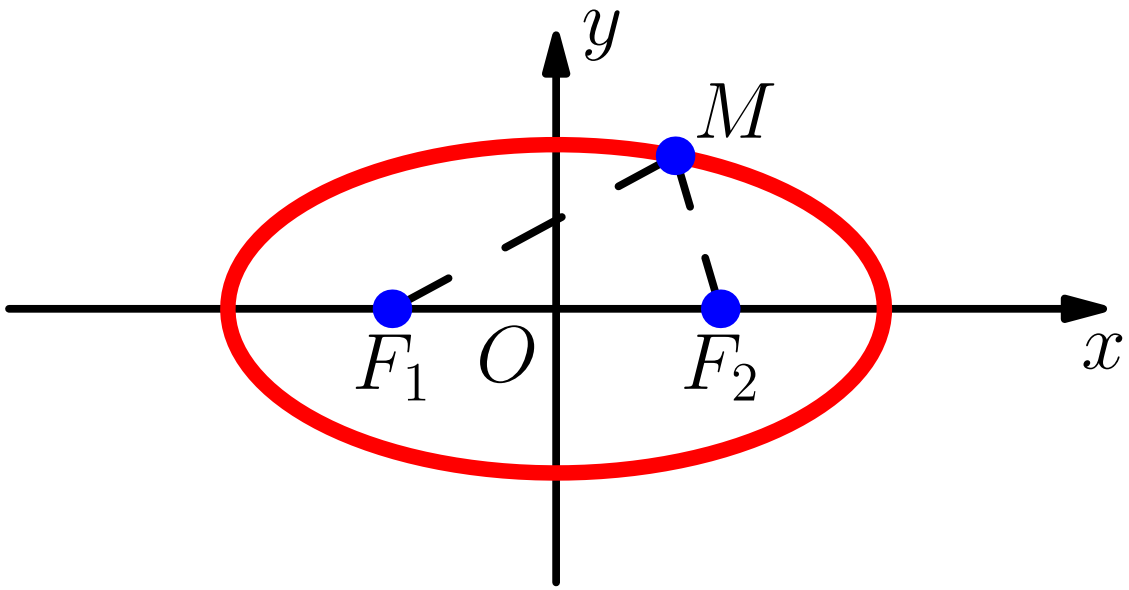
$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$
$M(x, y)$

По формуле расстояния между двумя точками

$$MF_1 = |\overrightarrow{MF_1}| = \sqrt{(-c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x+c)^2 + y^2},$$

$$MF_2 = |\overrightarrow{MF_2}| = \sqrt{(c-x)^2 + (0-y)^2}$$

Эллипс



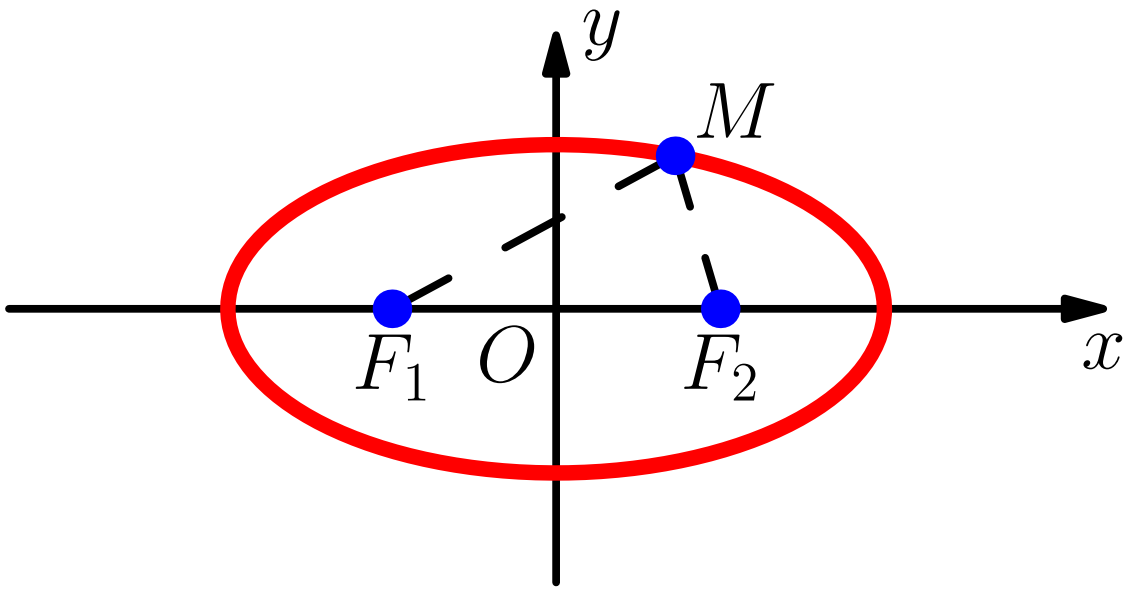
$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$
$M(x, y)$

По формуле расстояния между двумя точками

$$MF_1 = |\overrightarrow{MF_1}| = \sqrt{(-c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x+c)^2 + y^2},$$

$$MF_2 = |\overrightarrow{MF_2}| = \sqrt{(c-x)^2 + (0-y)^2}$$

Эллипс



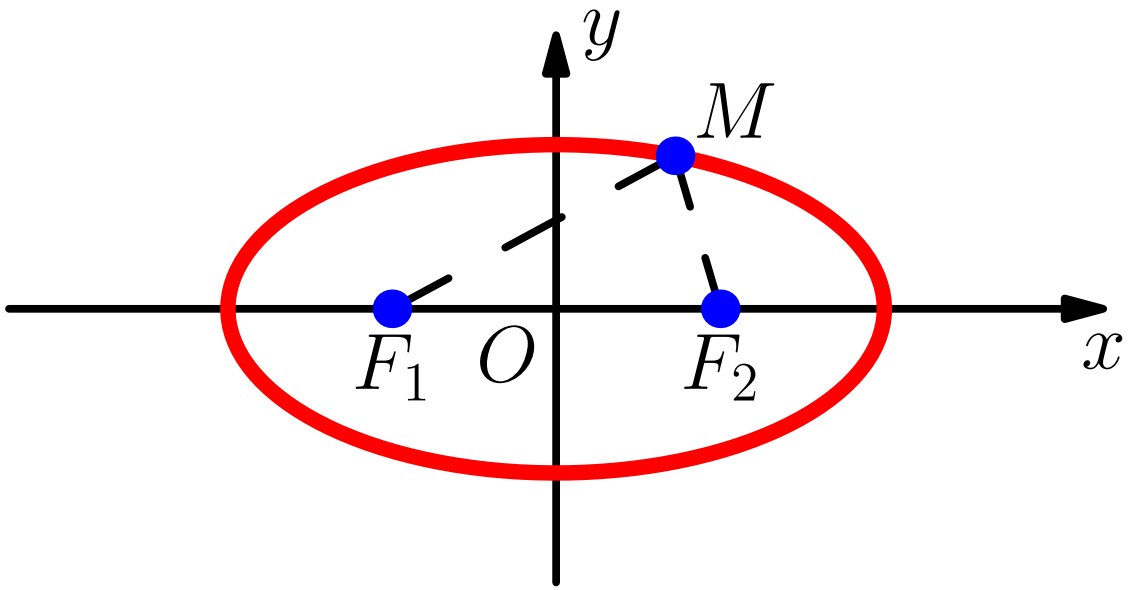
$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$
$M(x, y)$

По формуле расстояния между двумя точками

$$MF_1 = |\overrightarrow{MF_1}| = \sqrt{(-c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x+c)^2 + y^2},$$

$$MF_2 = |\overrightarrow{MF_2}| = \sqrt{(c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$

Эллипс

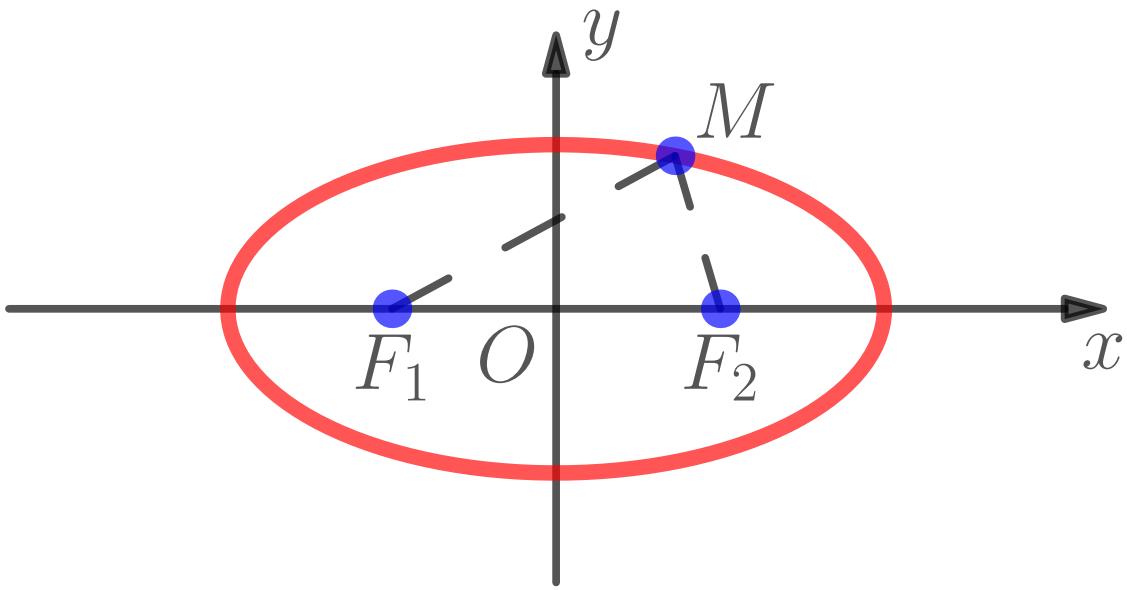


По формуле расстояния между двумя точками

$$MF_1 = |\overrightarrow{MF_1}| = \sqrt{(-c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x+c)^2 + y^2},$$

$$MF_2 = |\overrightarrow{MF_2}| = \sqrt{(c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$

Эллипс

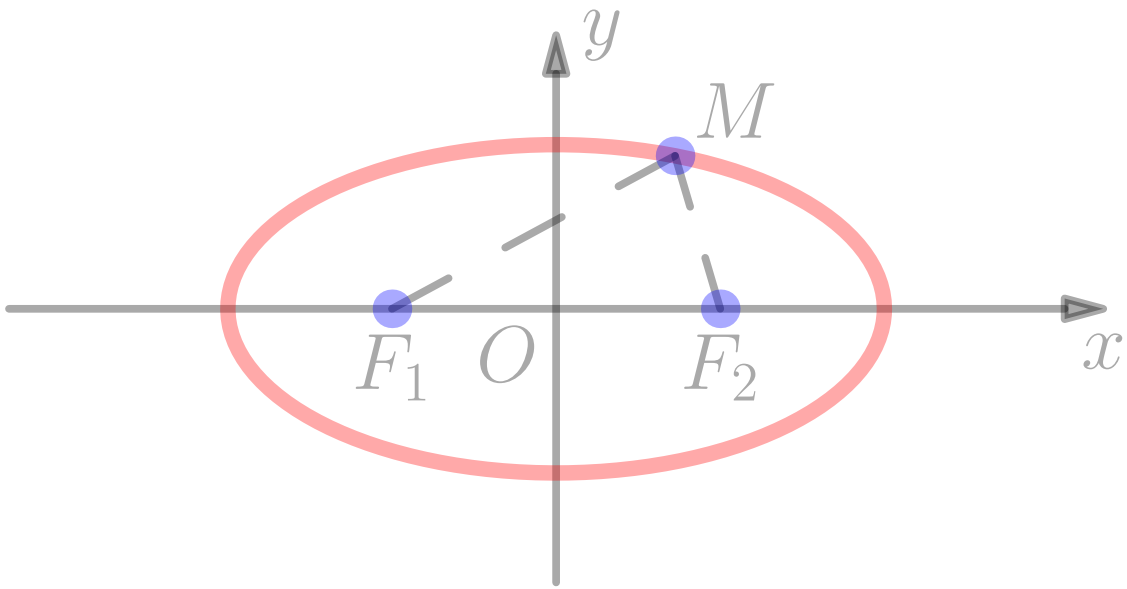


По формуле расстояния между двумя точками

$$MF_1 = |\overrightarrow{MF_1}| = \sqrt{(-c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x+c)^2 + y^2},$$

$$MF_2 = |\overrightarrow{MF_2}| = \sqrt{(c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$

Эллипс



По формуле расстояния между двумя точками

$$MF_1 = |\overrightarrow{MF_1}| = \sqrt{(-c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x+c)^2 + y^2},$$

$$MF_2 = |\overrightarrow{MF_2}| = \sqrt{(c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$

Эллипс

По формуле расстояния между двумя точками

$$MF_1 = |\overrightarrow{MF_1}| = \sqrt{(-c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x+c)^2 + y^2},$$

$$MF_2 = |\overrightarrow{MF_2}| = \sqrt{(c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$

Эллипс

По формуле расстояния между двумя точками

$$MF_1 = |\overrightarrow{MF_1}| = \sqrt{(-c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x+c)^2 + y^2},$$

$$MF_2 = |\overrightarrow{MF_2}| = \sqrt{(c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$

Эллипс

По формуле расстояния между двумя точками

$$MF_1 = |\overrightarrow{MF_1}| = \sqrt{(-c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x+c)^2 + y^2},$$

$$MF_2 = |\overrightarrow{MF_2}| = \sqrt{(c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$

Эллипс

По формуле расстояния между двумя точками

$$MF_1 = |\overrightarrow{MF_1}| = \sqrt{(-c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x+c)^2 + y^2},$$

$$MF_2 = |\overrightarrow{MF_2}| = \sqrt{(c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$

Эллипс

По формуле расстояния между двумя точками

$$MF_1 = |\overrightarrow{MF_1}| = \sqrt{(-c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x+c)^2 + y^2},$$

$$MF_2 = |\overrightarrow{MF_2}| = \sqrt{(c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$

Эллипс

По формуле расстояния между двумя точками

$$MF_1 = |\overrightarrow{MF_1}| = \sqrt{(-c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x+c)^2 + y^2},$$

$$MF_2 = |\overrightarrow{MF_2}| = \sqrt{(c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$

Тогда из равенства $MF_1 + MF_2 = 2a$ получаем

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a.$$

Эллипс

По формуле расстояния между двумя точками

$$MF_1 = |\overrightarrow{MF_1}| = \sqrt{(-c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x+c)^2 + y^2},$$

$$MF_2 = |\overrightarrow{MF_2}| = \sqrt{(c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$

Тогда из равенства $MF_1 + MF_2 = 2a$ получаем

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a.$$

Эллипс

По формуле расстояния между двумя точками

$$MF_1 = |\overrightarrow{MF_1}| = \sqrt{(-c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x+c)^2 + y^2},$$

$$MF_2 = |\overrightarrow{MF_2}| = \sqrt{(c-x)^2 + (0-y)^2} = \\ = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}.$$

Тогда из равенства $MF_1 + MF_2 = 2a$ получаем

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a.$$

Эллипс

Тогда из равенства $MF_1 + MF_2 = 2a$ получаем

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a.$$

Эллипс

Тогда из равенства $MF_1 + MF_2 = 2a$ получаем

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a.$$

Эллипс

Тогда из равенства $MF_1 + MF_2 = 2a$ получаем

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a.$$

Эллипс

Тогда из равенства $MF_1 + MF_2 = 2a$ получаем

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a.$$

Эллипс

Тогда из равенства $MF_1 + MF_2 = 2a$ получаем

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a.$$

Эллипс

Тогда из равенства $MF_1 + MF_2 = 2a$ получаем

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a.$$

Перенесем второе слагаемое из левой части равенства в правую

Эллипс

Тогда из равенства $MF_1 + MF_2 = 2a$ получаем

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a.$$

Перенесем второе слагаемое из левой части равенства в правую

Эллипс

Тогда из равенства $MF_1 + MF_2 = 2a$ получаем

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2} + \sqrt{(x-c)^2+y^2} = 2a.$$

Перенесем второе слагаемое из левой части равенства в правую

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2} \quad = \quad 2a - \sqrt{(x-c)^2+y^2}$$

Эллипс

Тогда из равенства $MF_1 + MF_2 = 2a$ получаем

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2} + \sqrt{(x-c)^2+y^2} = 2a.$$

Перенесем второе слагаемое из левой части равенства в правую и возведем обе части получившегося равенства в квадрат:

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2} \quad = \quad 2a - \sqrt{(x-c)^2+y^2}$$

Эллипс

Тогда из равенства $MF_1 + MF_2 = 2a$ получаем

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2} + \sqrt{(x-c)^2+y^2} = 2a.$$

Перенесем второе слагаемое из левой части равенства в правую и возведем обе части получившегося равенства в квадрат:

$$\left(\sqrt{(x+c)^2+y^2}\right)^2 = \left(2a - \sqrt{(x-c)^2+y^2}\right)^2$$

Эллипс

Тогда из равенства $MF_1 + MF_2 = 2a$ получаем

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2} + \sqrt{(x-c)^2+y^2} = 2a.$$

Перенесем второе слагаемое из левой части равенства в правую и возведем обе части получившегося равенства в квадрат:

$$\left(\sqrt{(x+c)^2+y^2}\right)^2 = \left(2a - \sqrt{(x-c)^2+y^2}\right)^2$$

Откуда после ряда упрощений получаем

$$a\sqrt{x^2-2cx+c^2+y^2} = a^2 - cx.$$

Эллипс

Откуда после ряда упрощений получаем

$$a\sqrt{x^2 - 2cx + c^2 + y^2} = a^2 - cx.$$

Эллипс

Откуда после ряда упрощений получаем

$$a\sqrt{x^2 - 2cx + c^2 + y^2} = a^2 - cx.$$

Эллипс

Откуда после ряда упрощений получаем

$$a\sqrt{x^2 - 2cx + c^2 + y^2} = a^2 - cx.$$

Эллипс

Откуда после ряда упрощений получаем

$$a\sqrt{x^2 - 2cx + c^2 + y^2} = a^2 - cx.$$

Эллипс

Откуда после ряда упрощений получаем

$$a\sqrt{x^2 - 2cx + c^2 + y^2} = a^2 - cx.$$

Эллипс

Откуда после ряда упрощений получаем

$$a\sqrt{x^2 - 2cx + c^2 + y^2} = a^2 - cx.$$

Еще раз возведем обе части получившегося равенства в квадрат,

Эллипс

Откуда после ряда упрощений получаем

$$a\sqrt{x^2 - 2cx + c^2 + y^2} = a^2 - cx.$$

Еще раз возведем обе части получившегося равенства в квадрат, после чего разделим его на $a^2(a^2 - c^2)$.

Эллипс

Откуда после ряда упрощений получаем

$$a\sqrt{x^2 - 2cx + c^2 + y^2} = a^2 - cx.$$

Еще раз возведем обе части получившегося равенства в квадрат, после чего разделим его на $a^2(a^2 - c^2)$. В результате получим

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1.$$

Эллипс

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1.$$

Эллипс

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1.$$

Эллипс

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1.$$

Эллипс

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1.$$

Эллипс

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1.$$

Эллипс

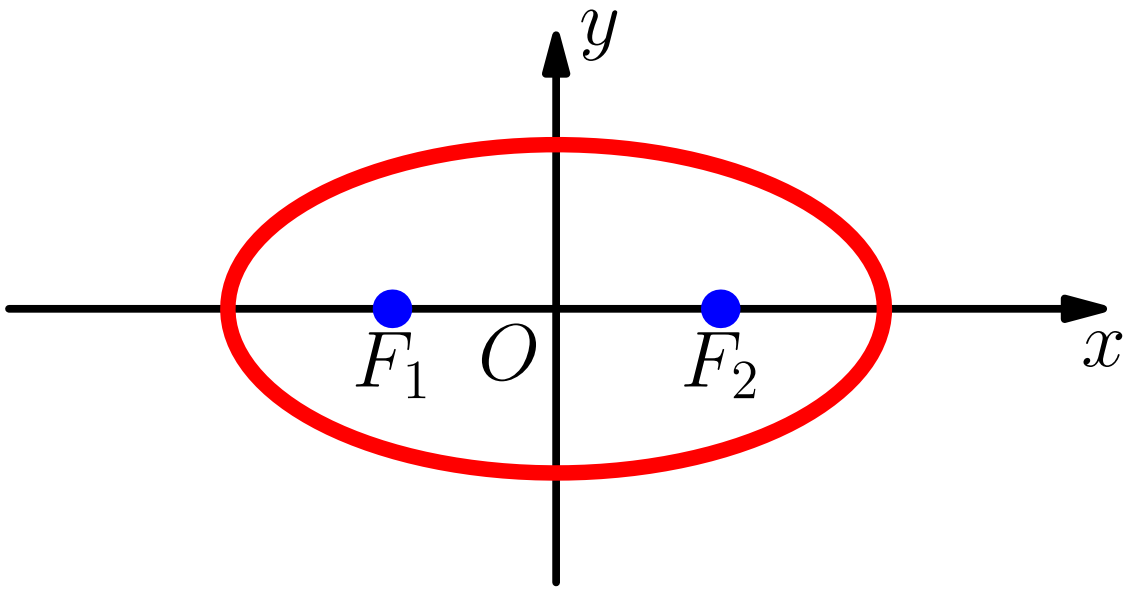
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1.$$

Полагая $a^2 - c^2 = b^2$, придем к

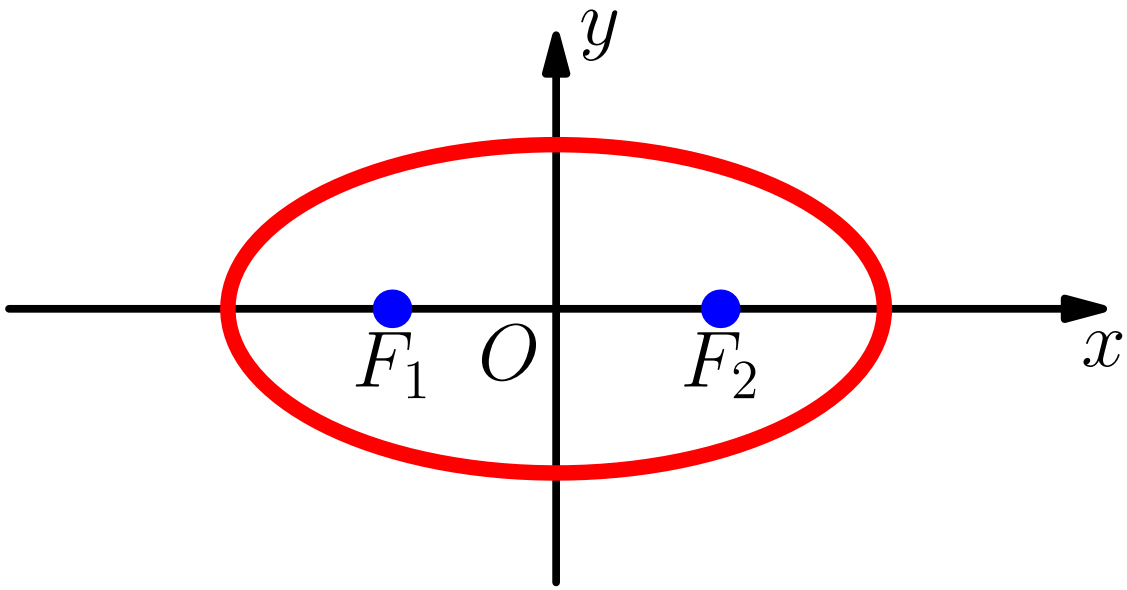
каноническому уравнению эллипса

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Эллипс

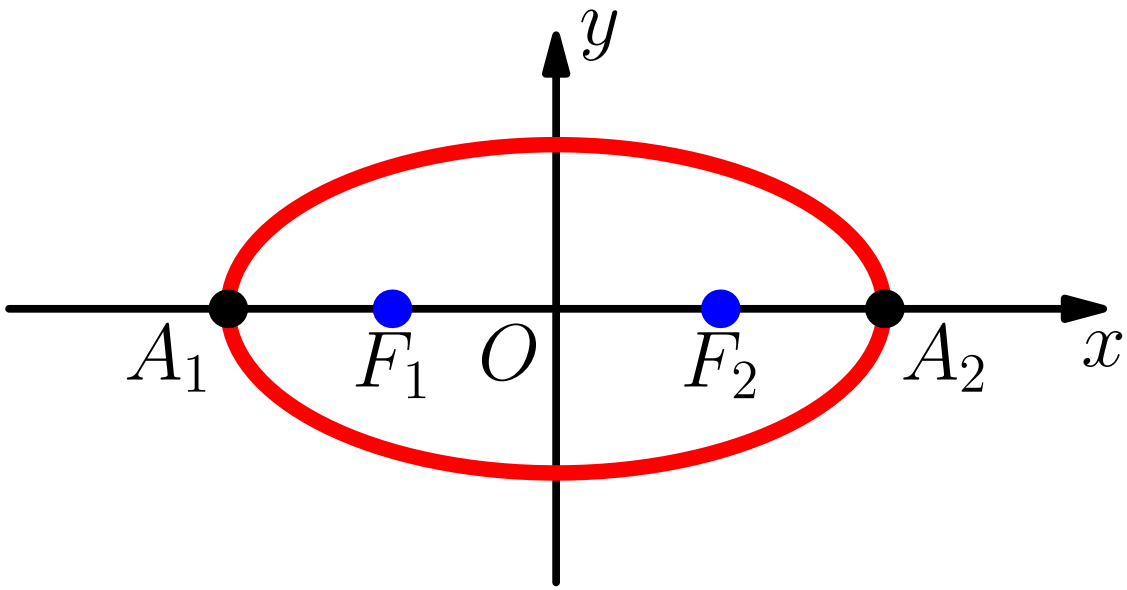


Эллипс



Точка O – **центр эллипса**.

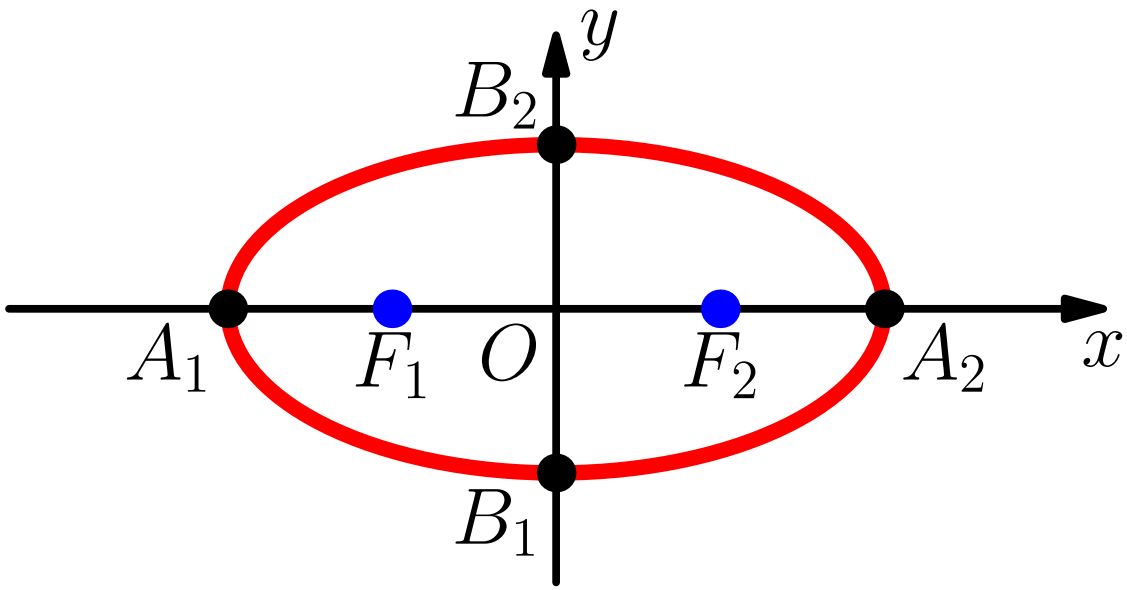
Эллипс



Точка O – **центр эллипса**.

Точки A_1, A_2

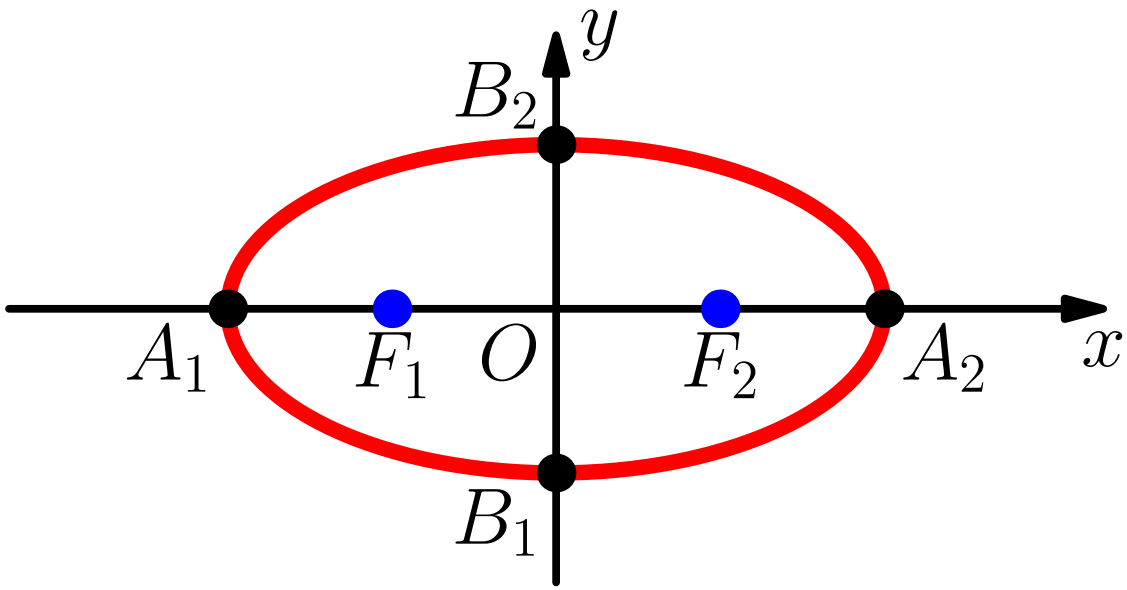
Эллипс



Точка O – **центр эллипса**.

Точки A_1, A_2 и B_1, B_2

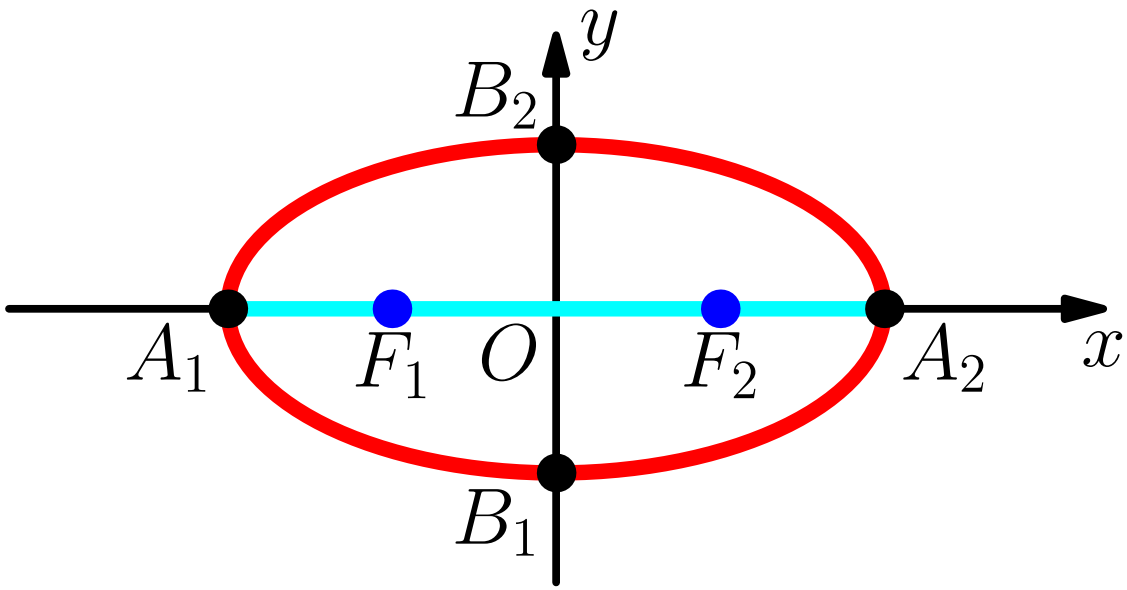
Эллипс



Точка O – **центр эллипса**.

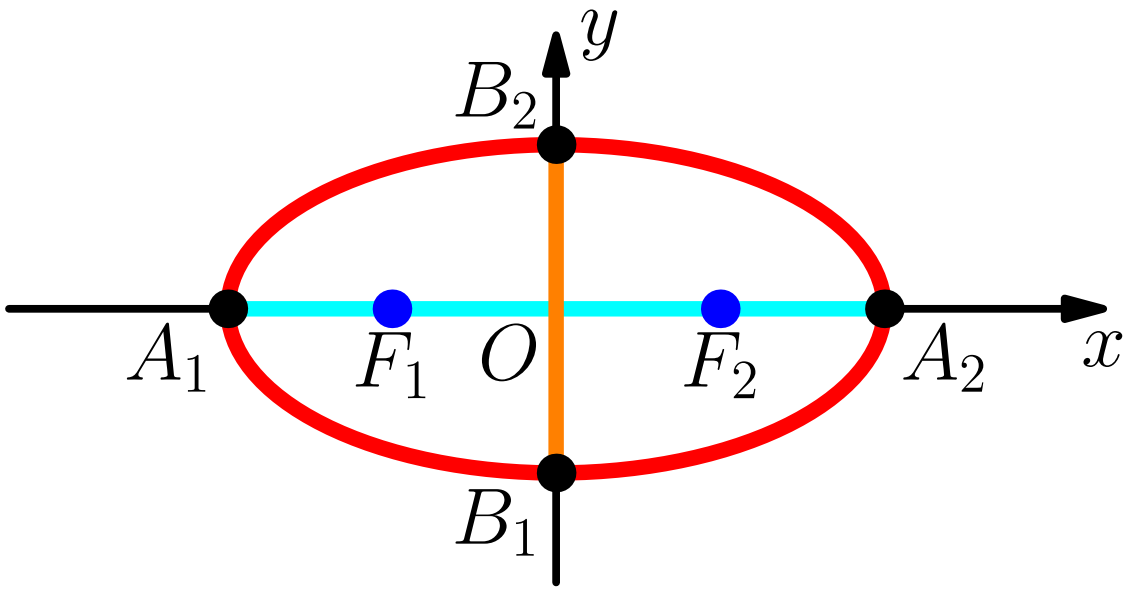
Точки A_1, A_2 и B_1, B_2 – **вершины эллипса**.

Эллипс



Отрезок A_1A_2 – **большая ось эллипса**.

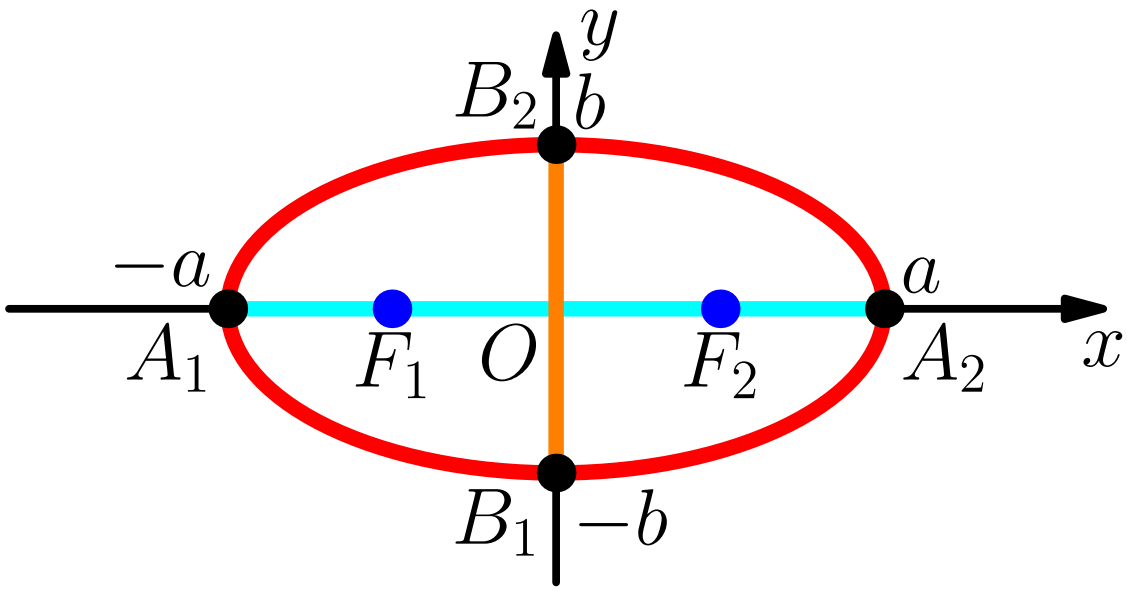
Эллипс



Отрезок A_1A_2 – **большая ось эллипса**.

Отрезок B_1B_2 – **малая ось эллипса**.

Эллипс



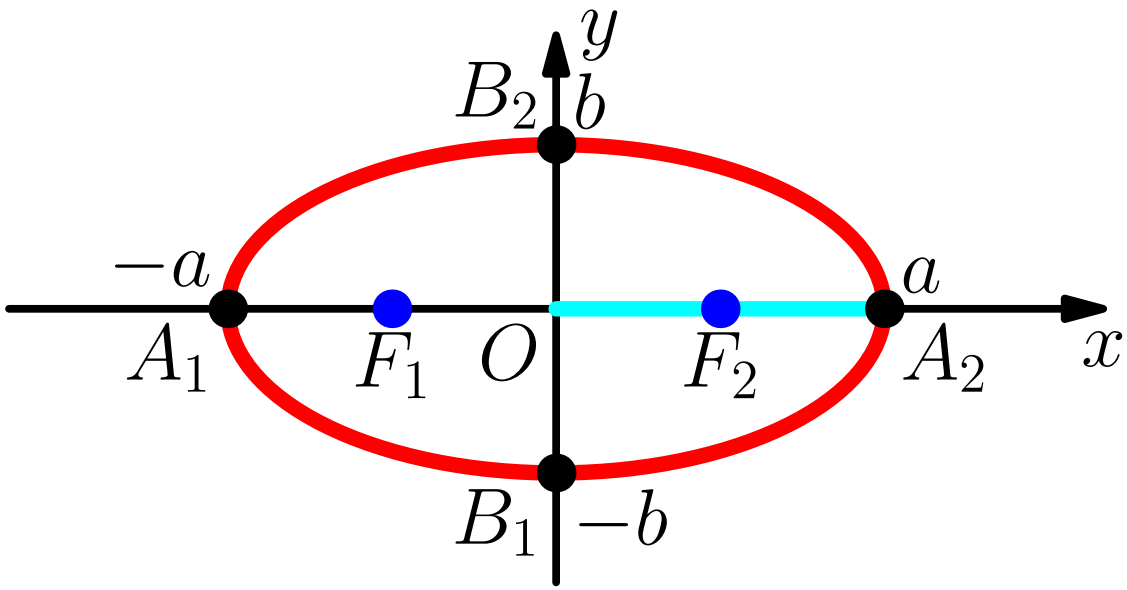
$A_1(-a, 0)$
$A_2(a, 0)$
$B_1(0, -b)$
$B_2(0, b)$

Отрезок A_1A_2 – **большая ось эллипса**.

Отрезок B_1B_2 – **малая ось эллипса**.

$$A_1A_2 = 2a,\ B_1B_2 = 2b$$

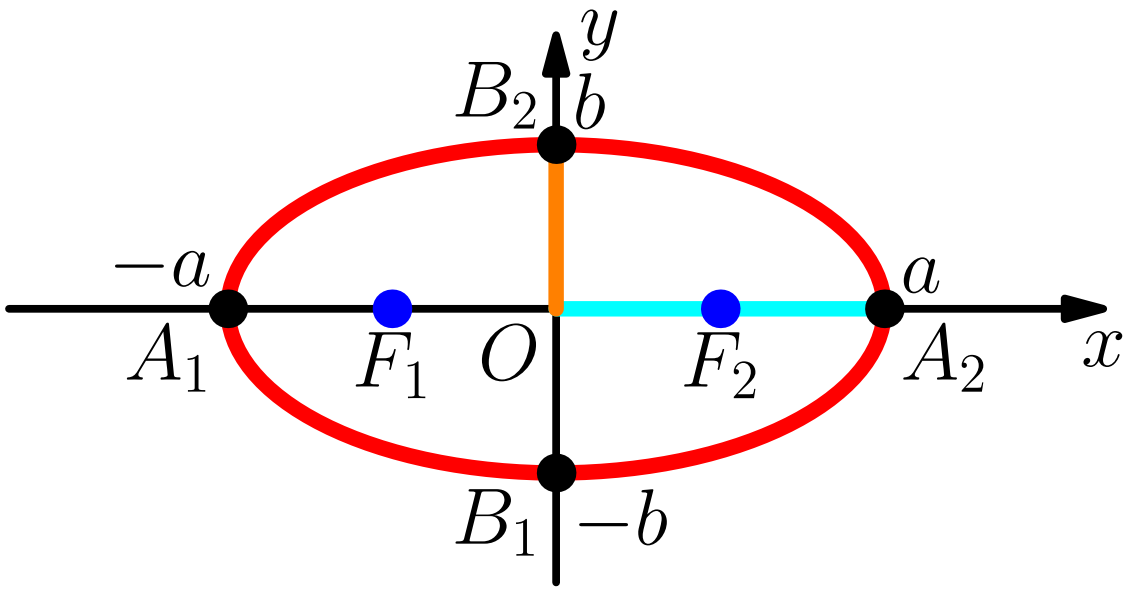
Эллипс



$A_1(-a, 0)$
$A_2(a, 0)$
$B_1(0, -b)$
$B_2(0, b)$

Отрезок OA_2 – **большая полуось эллипса**.

Эллипс

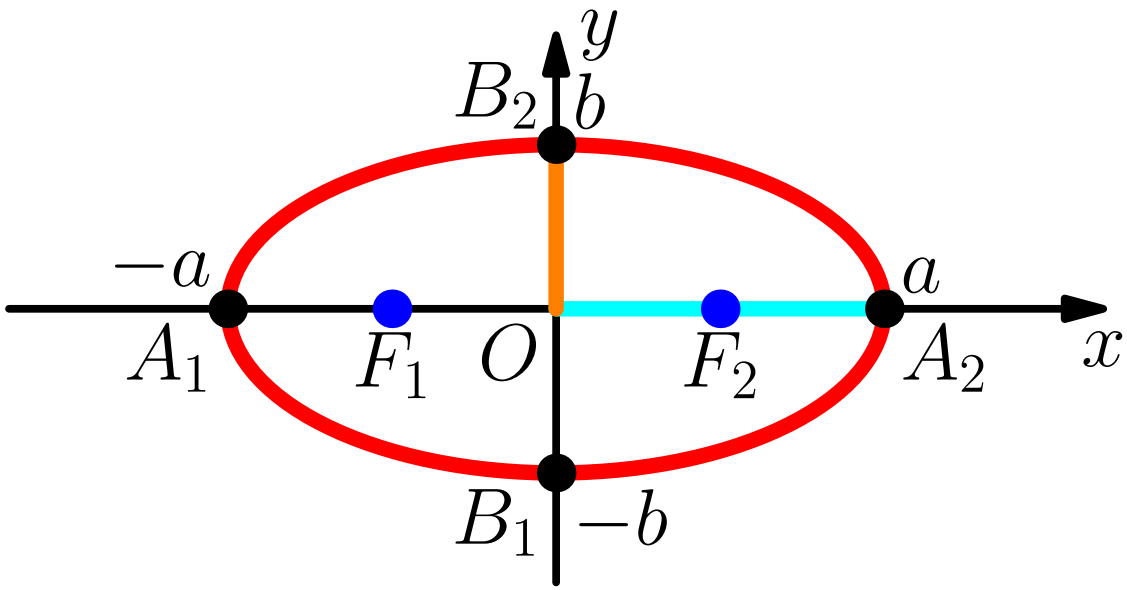


$A_1(-a, 0)$
$A_2(a, 0)$
$B_1(0, -b)$
$B_2(0, b)$

Отрезок OA_2 – **большая полуось эллипса**.

Отрезок OB_2 – **малая полуось эллипса**.

Эллипс



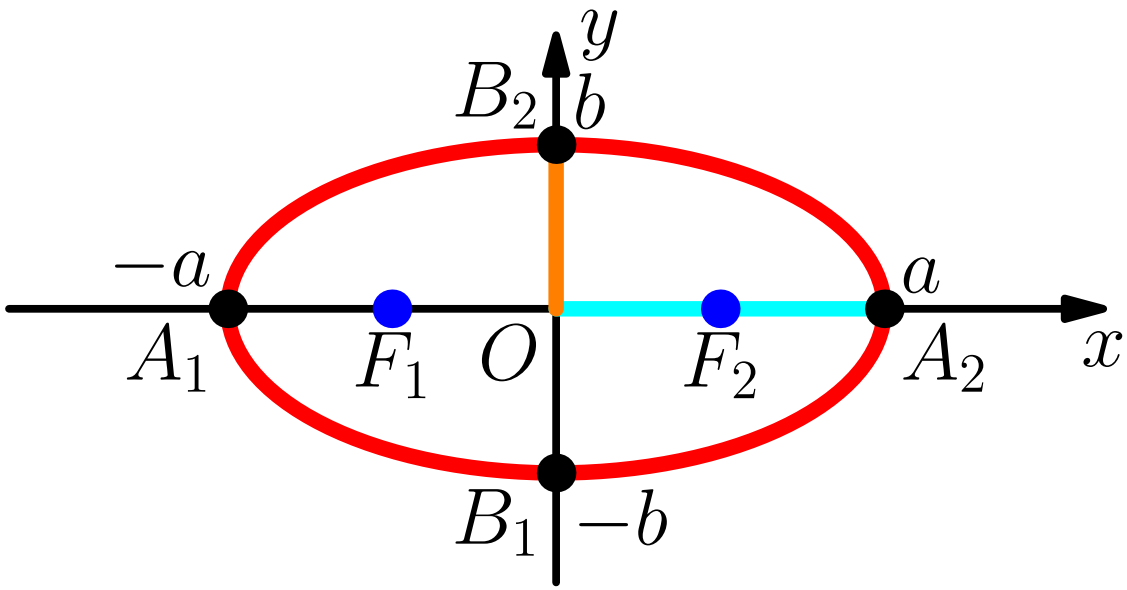
$A_1(-a, 0)$
$A_2(a, 0)$
$B_1(0, -b)$
$B_2(0, b)$

Отрезок OA_2 – **большая полуось эллипса**.

Отрезок OB_2 – **малая полуось эллипса**.

$$OA_2 = a, \; OB_2 = b$$

Эллипс



$A_1(-a, 0)$
$A_2(a, 0)$
$B_1(0, -b)$
$B_2(0, b)$

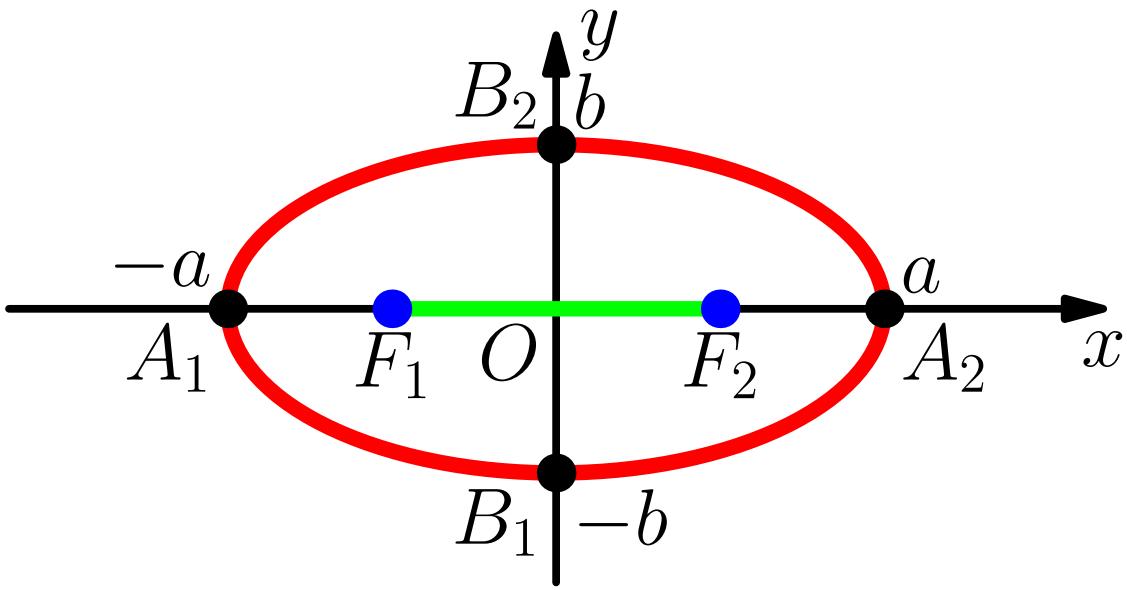
Отрезок OA_2 – **большая полуось эллипса**.

Отрезок OB_2 – **малая полуось эллипса**.

$$OA_2 = a, \; OB_2 = b$$

Числа a и b также часто называют **большой и малой полуосями эллипса**.

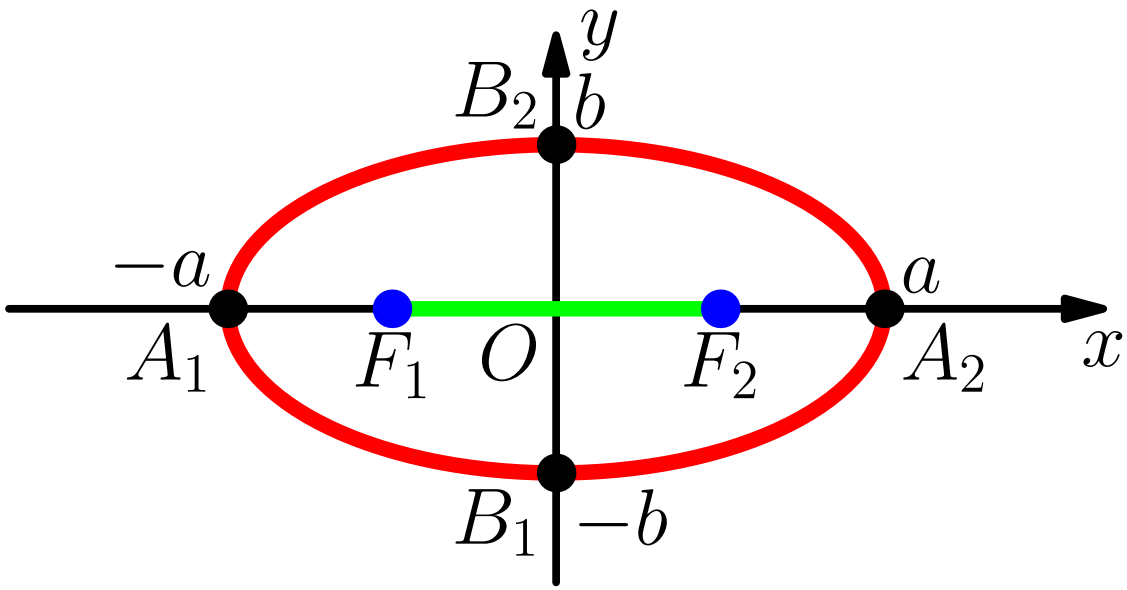
Эллипс



$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$

Расстояние между фокусами F_1 и F_2 называется **фокальным (фокусным) расстоянием эллипса**.

Эллипс

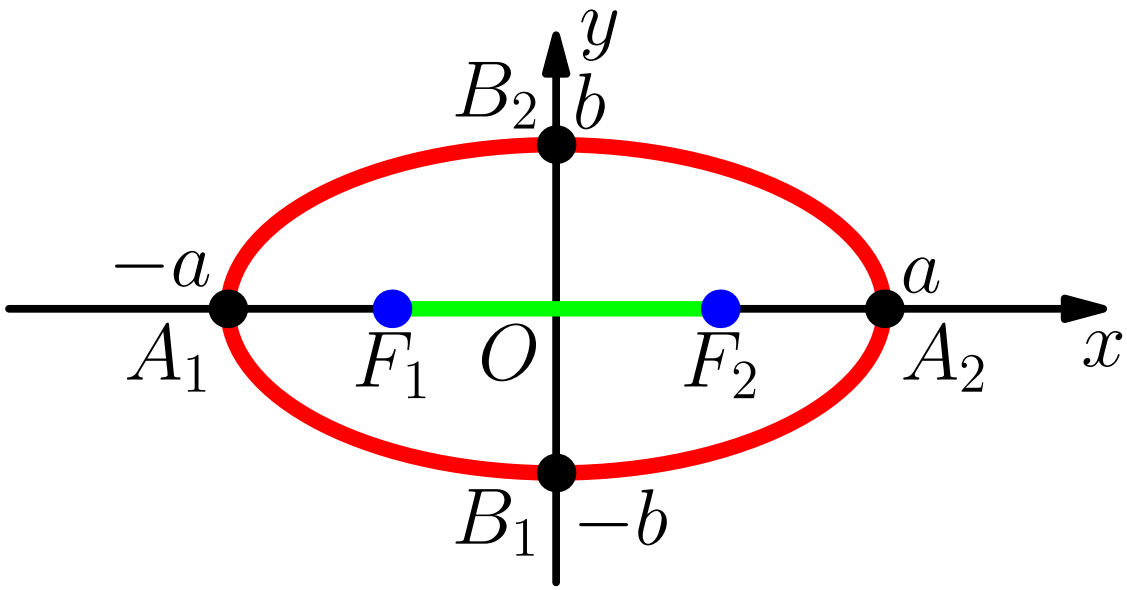


$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$

Расстояние между фокусами F_1 и F_2 называется **фокальным (фокусным) расстоянием эллипса**.

$$F_1F_2 = 2c$$

Эллипс



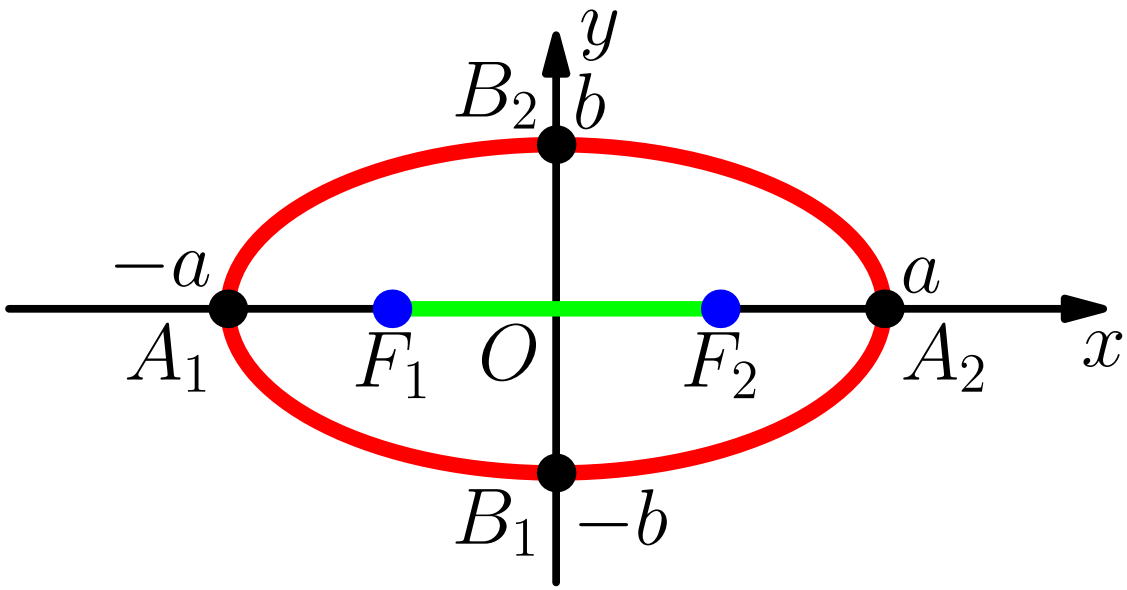
$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$

Расстояние между фокусами F_1 и F_2 называется **фокальным (фокусным) расстоянием эллипса**.

$$F_1F_2 = 2c$$

Число c – **полуфокусное расстояние**.

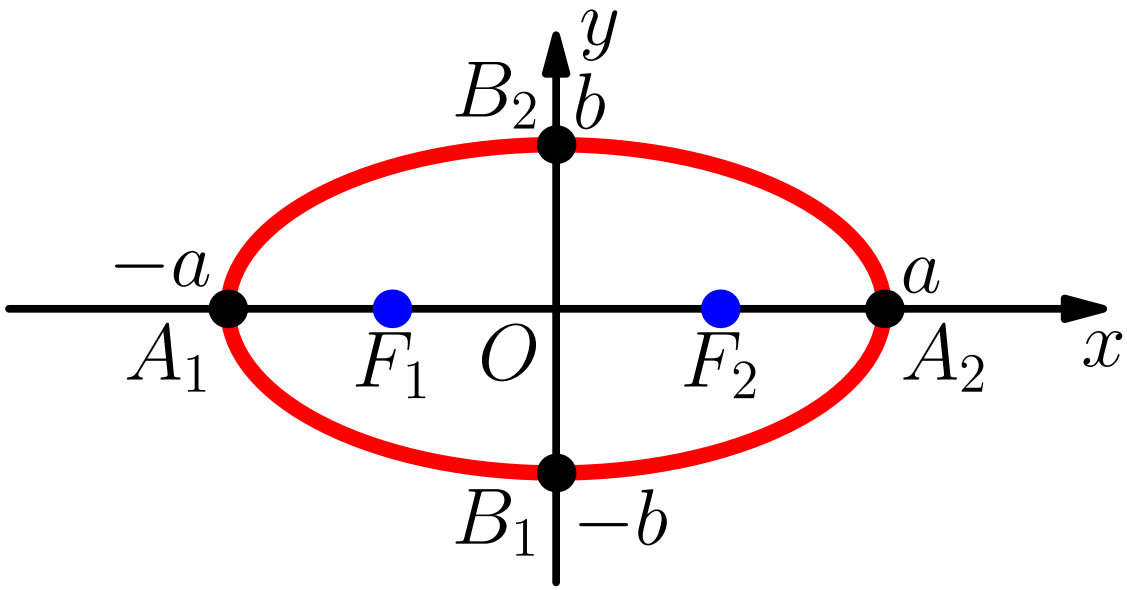
Эллипс



$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$

Ось, на которой лежат фокусы, есть **фокальная ось эллипса**.

Эллипс

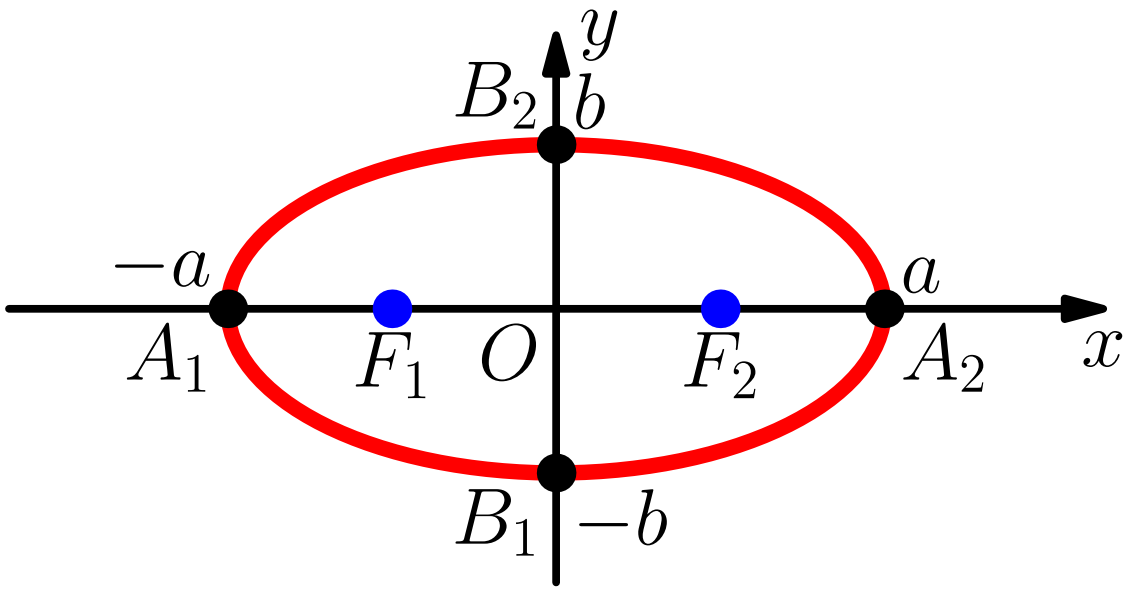


$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$

Число $\varepsilon = c/a$ называется

эксцентриситетом эллипса,

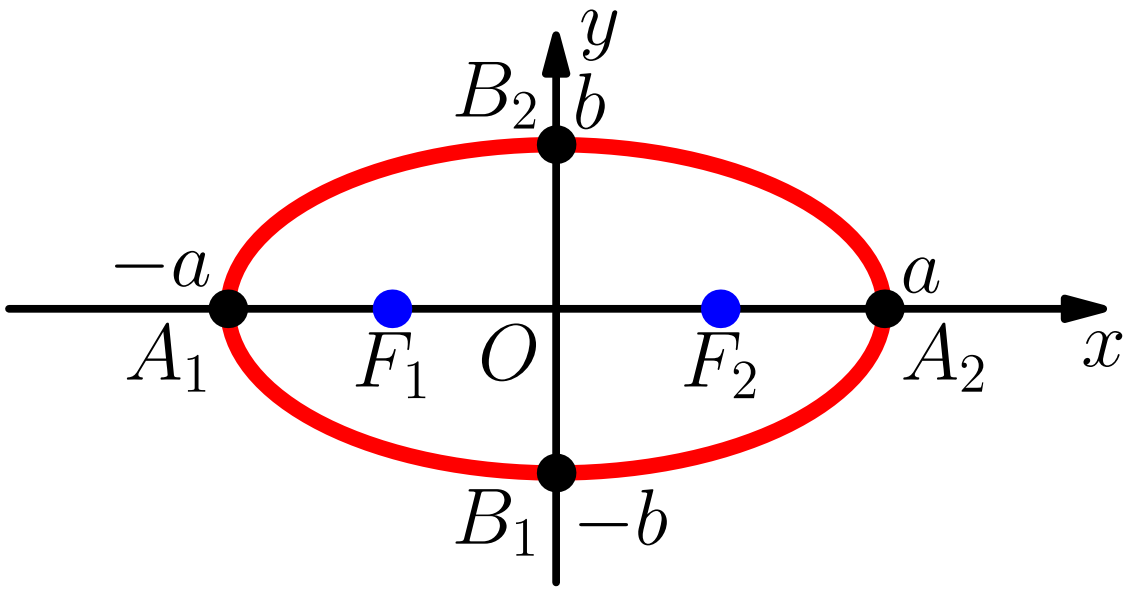
Эллипс



$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$

Число $\varepsilon = c/a$ называется **эксцентриситетом эллипса**, $0 \leq \varepsilon < 1$.

Эллипс

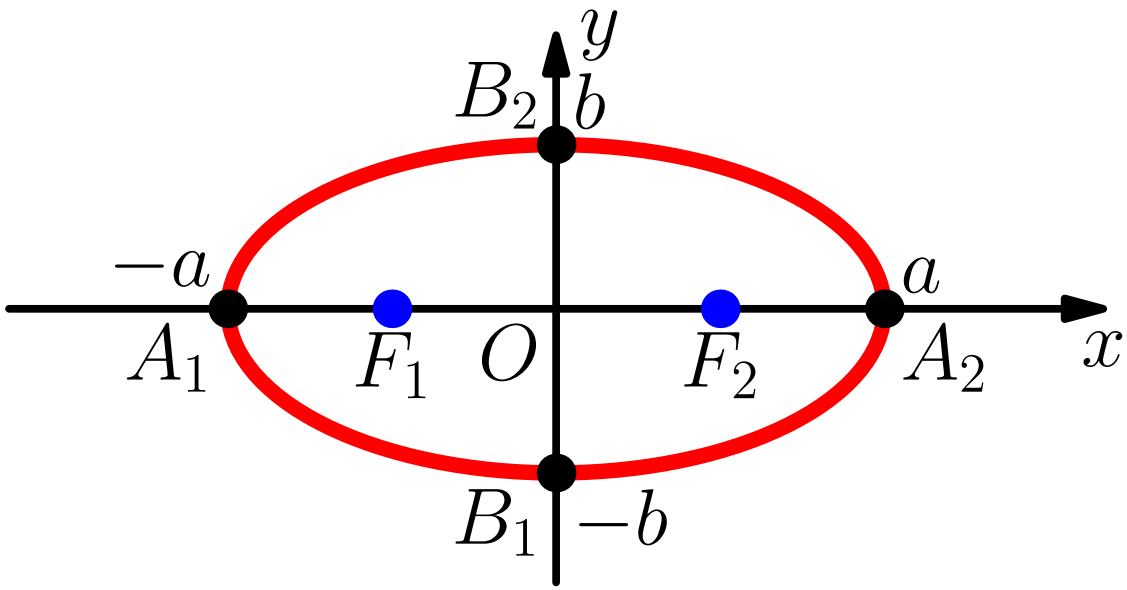


$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$

Число $\varepsilon = c/a$ называется **эксцентриситетом эллипса**, $0 \leq \varepsilon < 1$.

Когда $\varepsilon = 0$ $(b = a)$, эллипс становится окружностью.

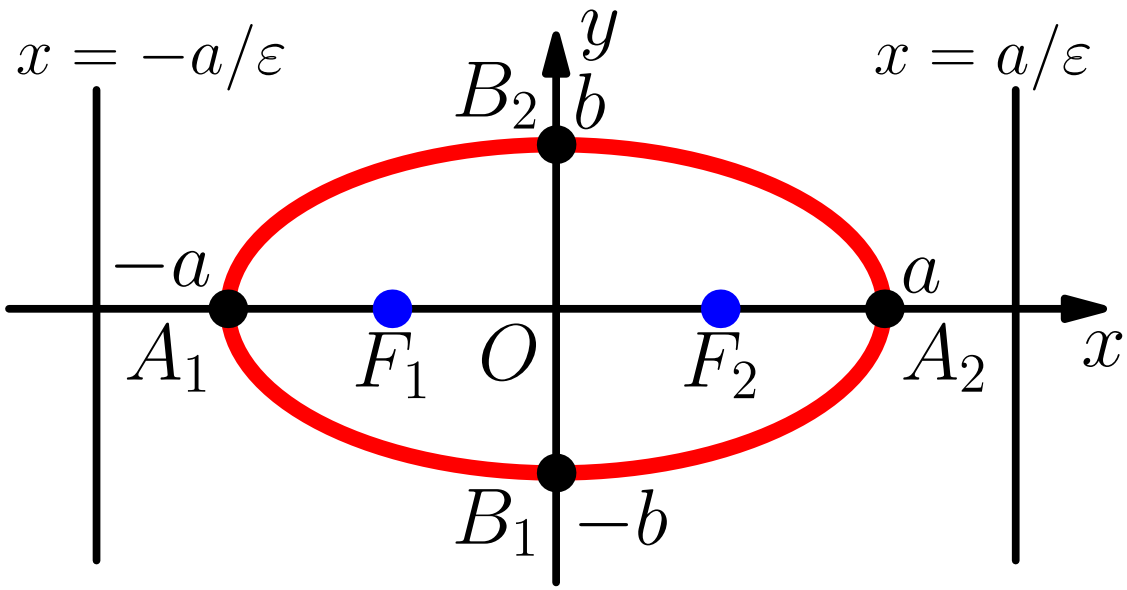
Эллипс



$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$

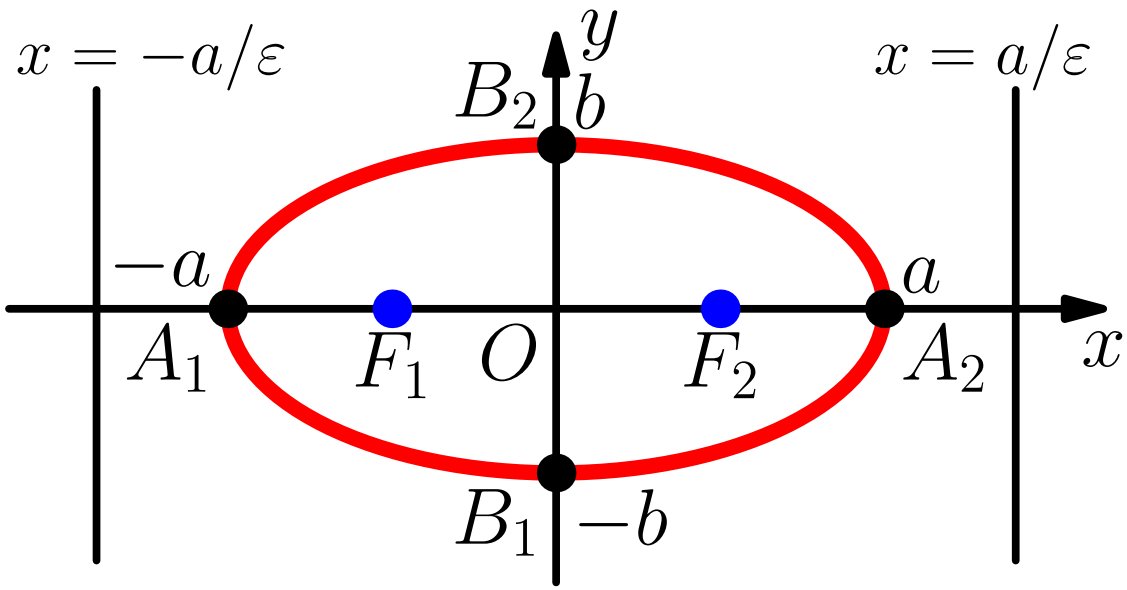
Число $\varepsilon = c/a$ называется **эксцентриситетом эллипса**, $0 \leq \varepsilon < 1$. Когда $\varepsilon = 0$ $(b = a)$, эллипс становится окружностью. Чем больше ε, тем более сплющенным будет эллипс.

Эллипс



Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами эллипса**.

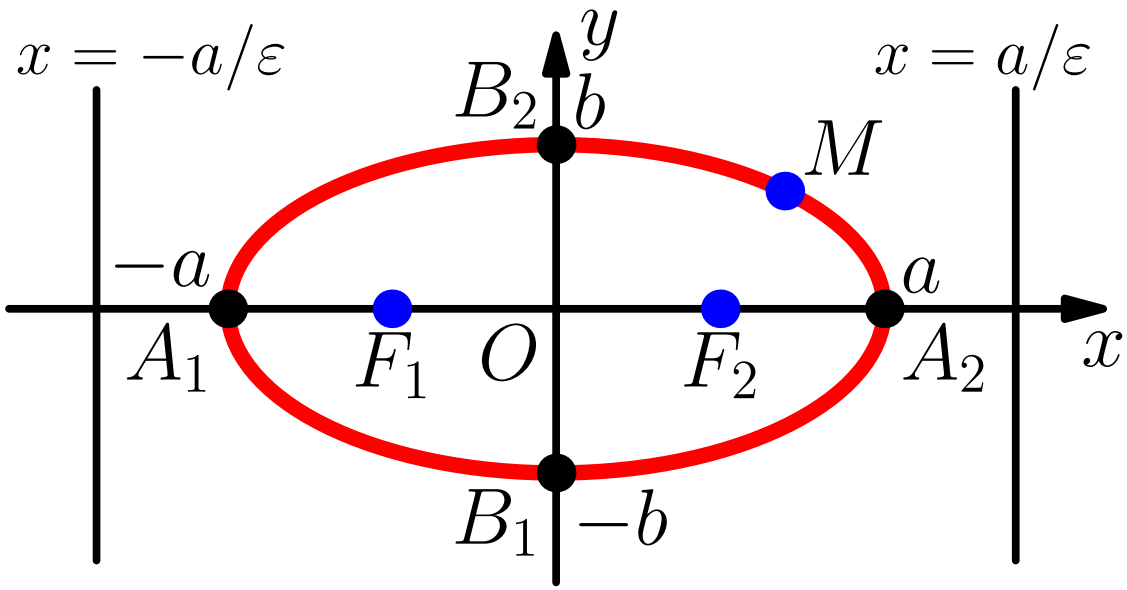
Эллипс



Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами эллипса**.

Свойство директрис:

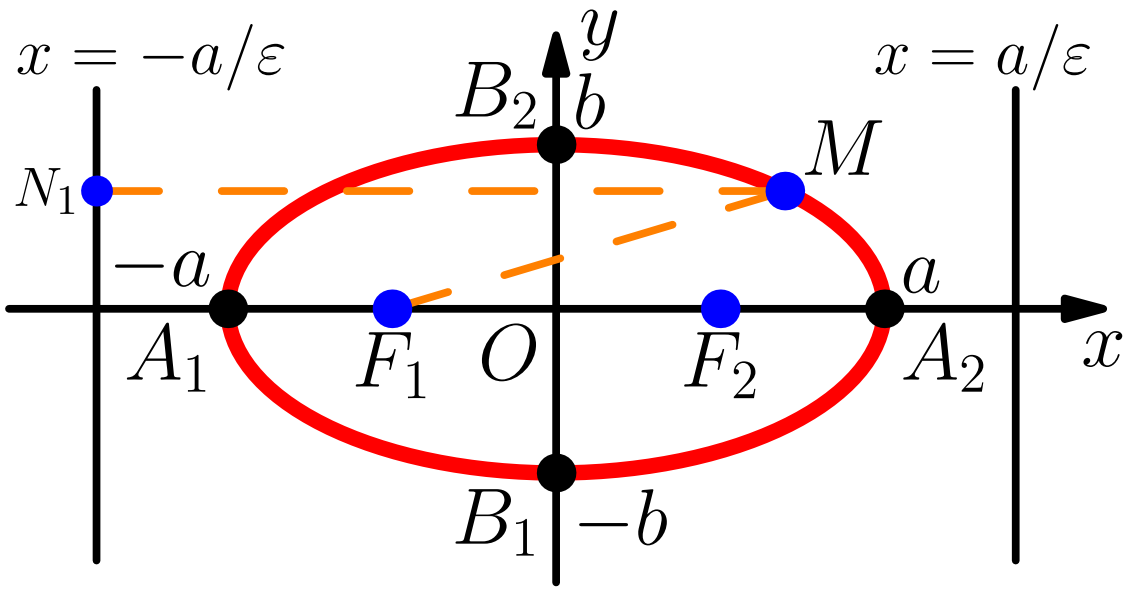
Эллипс



Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами эллипса**.

Свойство директрис:

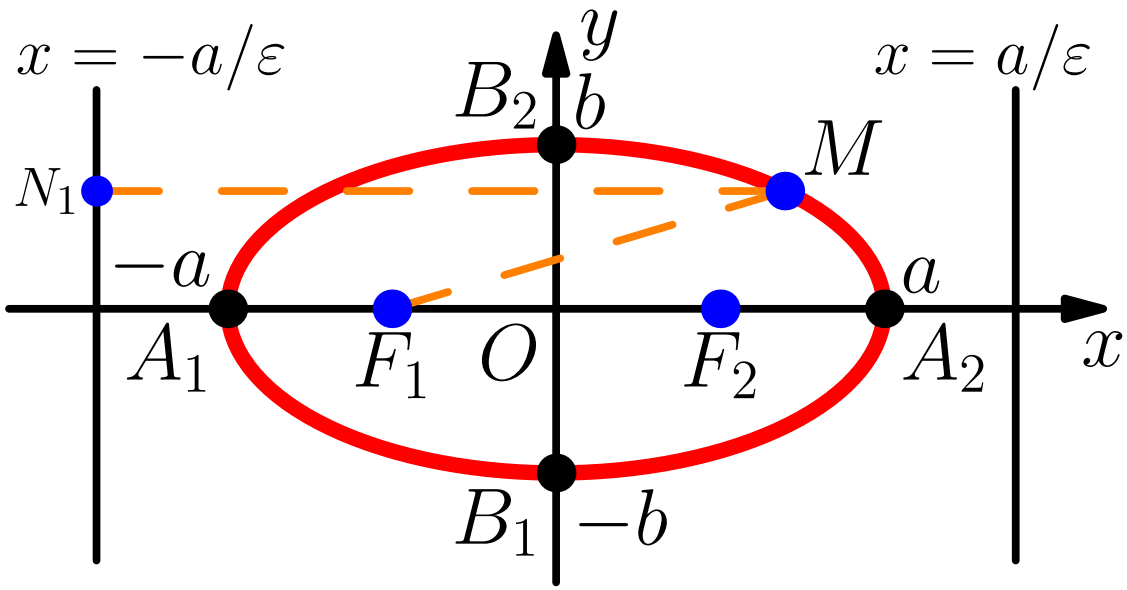
Эллипс



Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами эллипса**.

Свойство директрис:

Эллипс

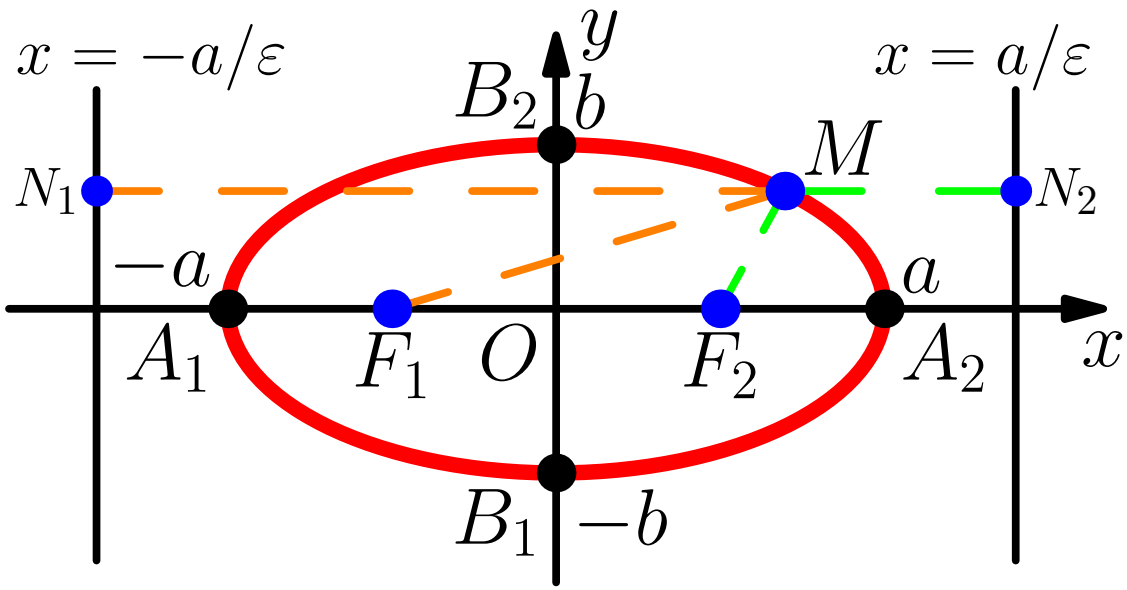


Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами эллипса**.

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,$$

Эллипс

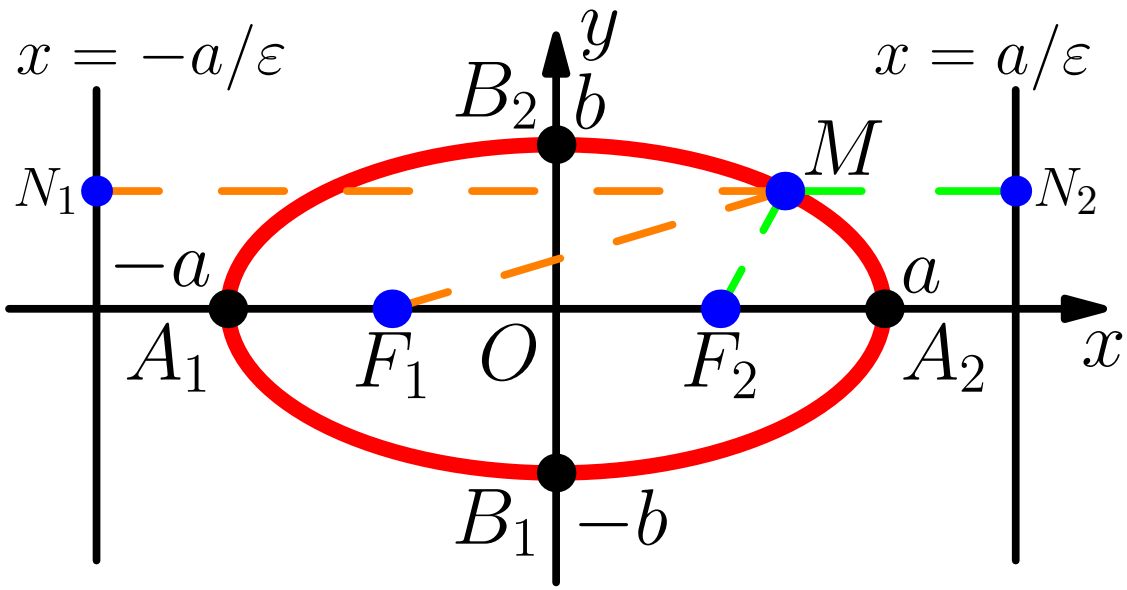


Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами эллипса**.

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,$$

Эллипс

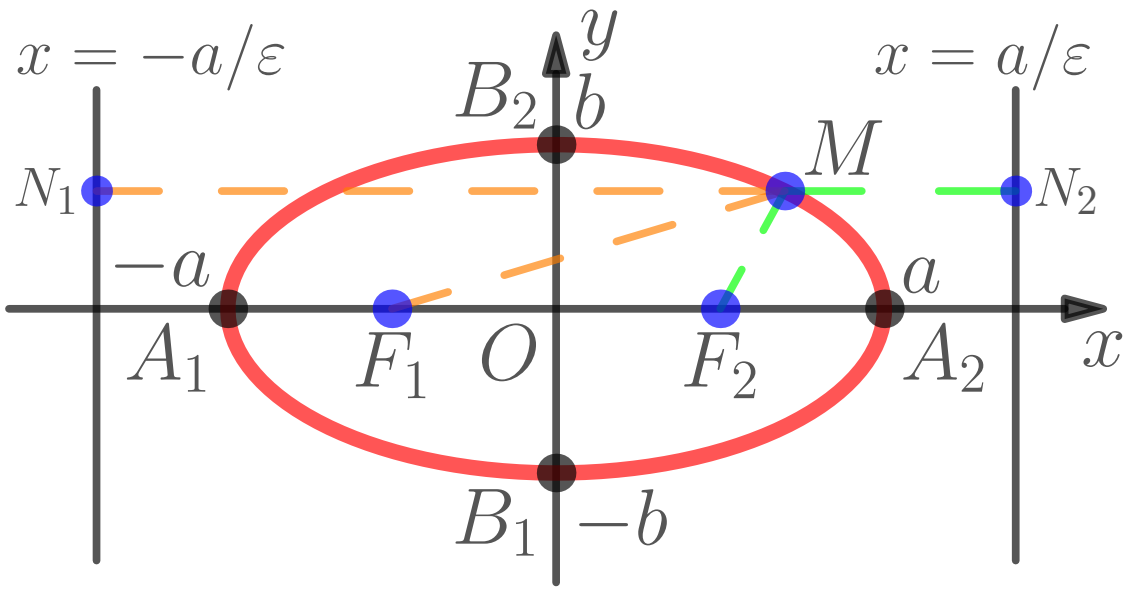


Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами эллипса**.

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,\ MF_2/MN_2 = \varepsilon,$$

Эллипс

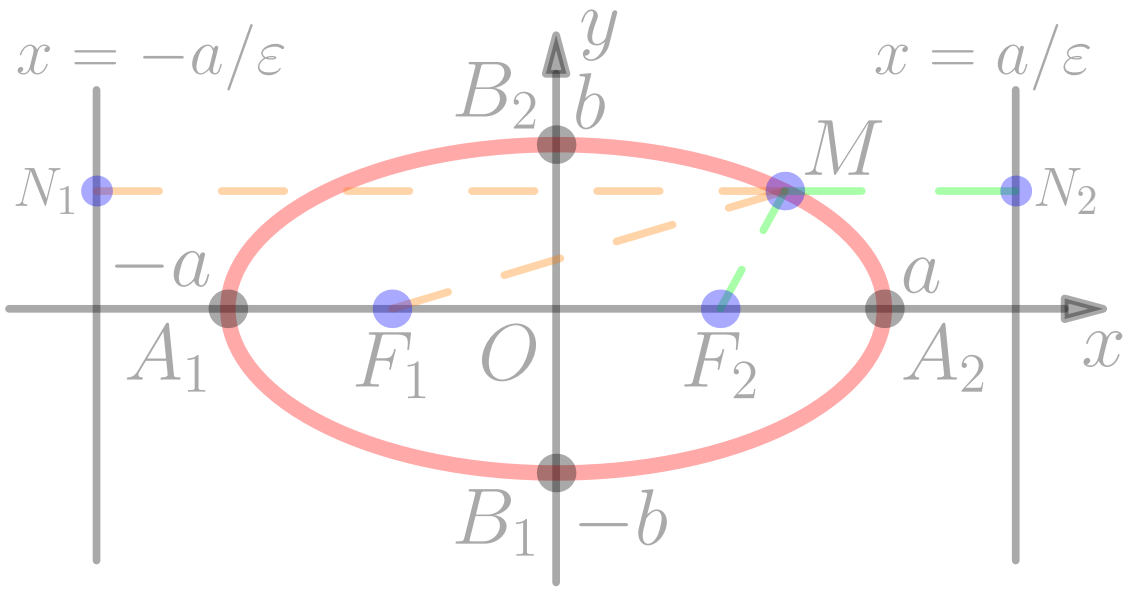


Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами эллипса**.

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,\ MF_2/MN_2 = \varepsilon,$$

Эллипс



Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами эллипса**.

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,\ MF_2/MN_2 = \varepsilon,$$

Эллипс

Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами эллипса**.

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,\ MF_2/MN_2 = \varepsilon,$$

Эллипс

Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами эллипса**.

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,\ MF_2/MN_2 = \varepsilon,$$

Эллипс

Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами эллипса**.

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,\ MF_2/MN_2 = \varepsilon,$$

Эллипс

Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами эллипса**.

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,\ MF_2/MN_2 = \varepsilon,$$

Эллипс

Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами эллипса**.

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,\ MF_2/MN_2 = \varepsilon,$$

Эллипс

Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами эллипса**.

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,\ MF_2/MN_2 = \varepsilon,$$

т.е. отношение расстояния от любой точки эллипса до фокуса к аналогичному расстоянию до директрисы, лежащей по ту же сторону от центра O, что и фокус, есть величина постоянная, равная эксцентриситету.

Эллипс

Если фокусы эллипса $F_1(0, -c)$ и $F_2(0, c)$ расположены на оси Oy,

Эллипс

Если фокусы эллипса $F_1(0, -c)$ и $F_2(0, c)$ расположены на оси Oy, то большая ось эллипса длиной $2b$ лежит на оси Oy,

Эллипс

Если фокусы эллипса $F_1(0, -c)$ и $F_2(0, c)$ расположены на оси Oy, то большая ось эллипса длиной $2b$ лежит на оси Oy, малая ось длиной $2a$ – на оси Ox,

Эллипс

Если фокусы эллипса $F_1(0, -c)$ и $F_2(0, c)$ расположены на оси Oy, то большая ось эллипса длиной $2b$ лежит на оси Oy, малая ось длиной $2a$ – на оси Ox,

$$a < b,$$

Эллипс

Если фокусы эллипса $F_1(0, -c)$ и $F_2(0, c)$ расположены на оси Oy, то большая ось эллипса длиной $2b$ лежит на оси Oy, малая ось длиной $2a$ – на оси Ox,

$$a < b, \; b^2 - c^2 = a^2$$

Эллипс

Если фокусы эллипса $F_1(0, -c)$ и $F_2(0, c)$ расположены на оси Oy, то большая ось эллипса длиной $2b$ лежит на оси Oy, малая ось длиной $2a$ – на оси Ox,

$$a < b,\ b^2 - c^2 = a^2 \text{ и } \varepsilon = c/b.$$

Эллипс

Если фокусы эллипса $F_1(0, -c)$ и $F_2(0, c)$ расположены на оси Oy, то большая ось эллипса длиной $2b$ лежит на оси Oy, малая ось длиной $2a$ – на оси Ox,

$$a < b,\ b^2 - c^2 = a^2 \text{ и } \varepsilon = c/b.$$

Уравнения директрис – $y = \pm b/\varepsilon$.

Эллипс

Если фокусы эллипса $F_1(0, -c)$ и $F_2(0, c)$ расположены на оси Oy, то большая ось эллипса длиной $2b$ лежит на оси Oy, малая ось длиной $2a$ – на оси Ox,

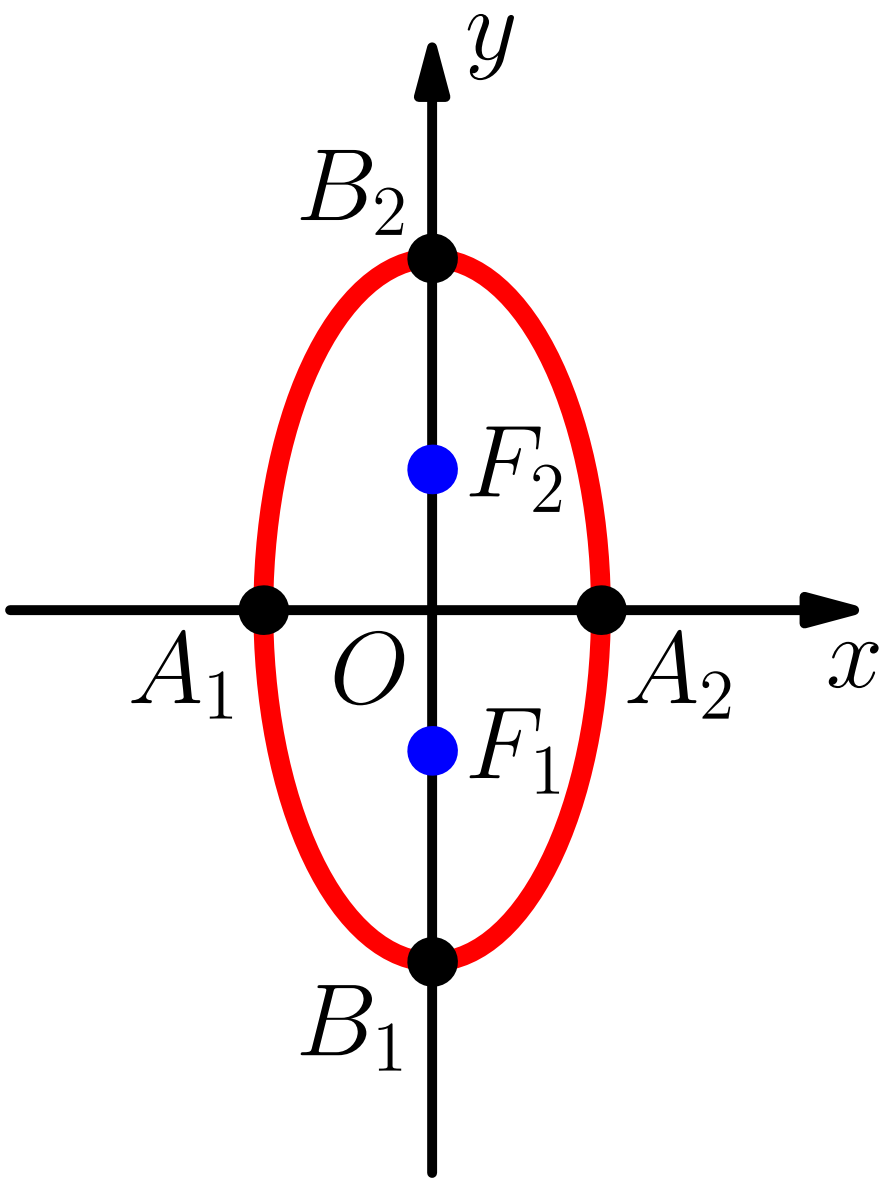
$$a < b,\ b^2 - c^2 = a^2 \text{ и } \varepsilon = c/b.$$

Уравнения директрис – $y = \pm b/\varepsilon$.

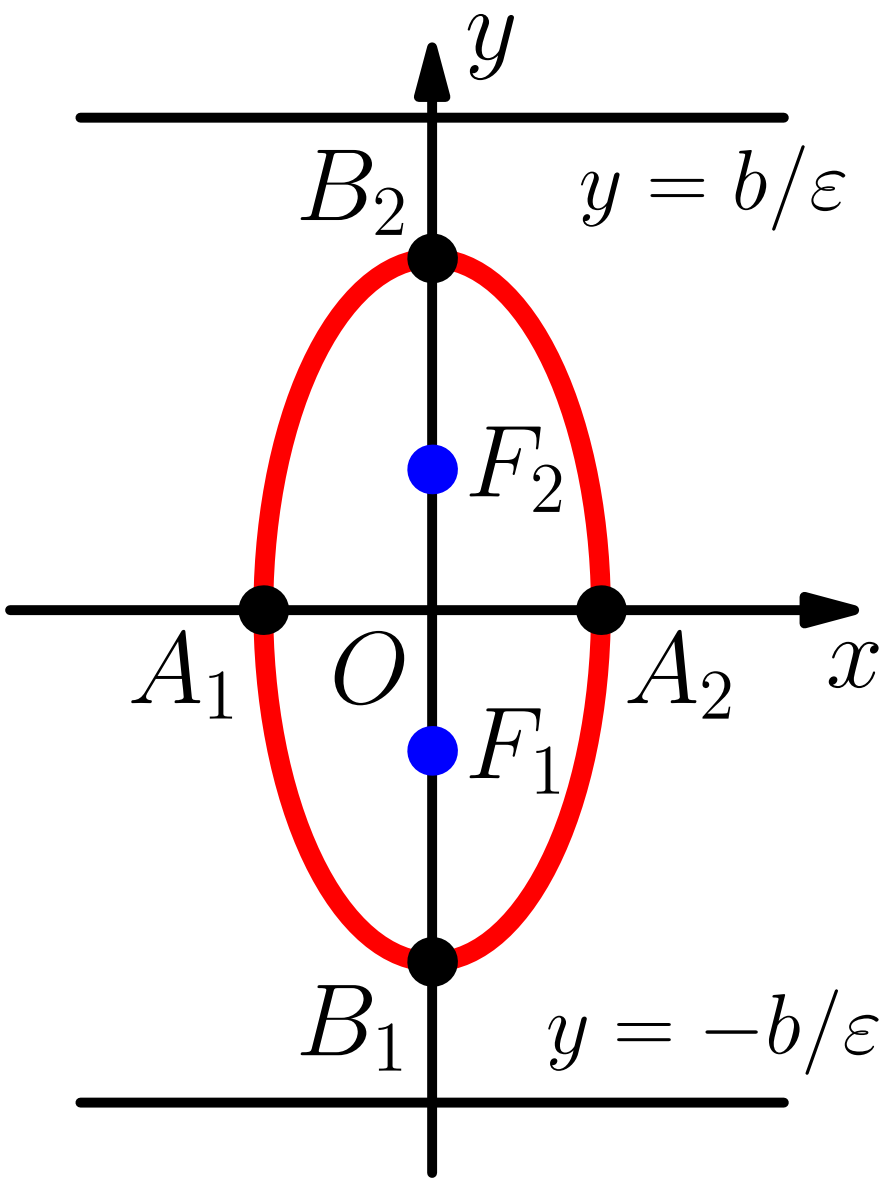
Уравнение эллипса не меняется:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

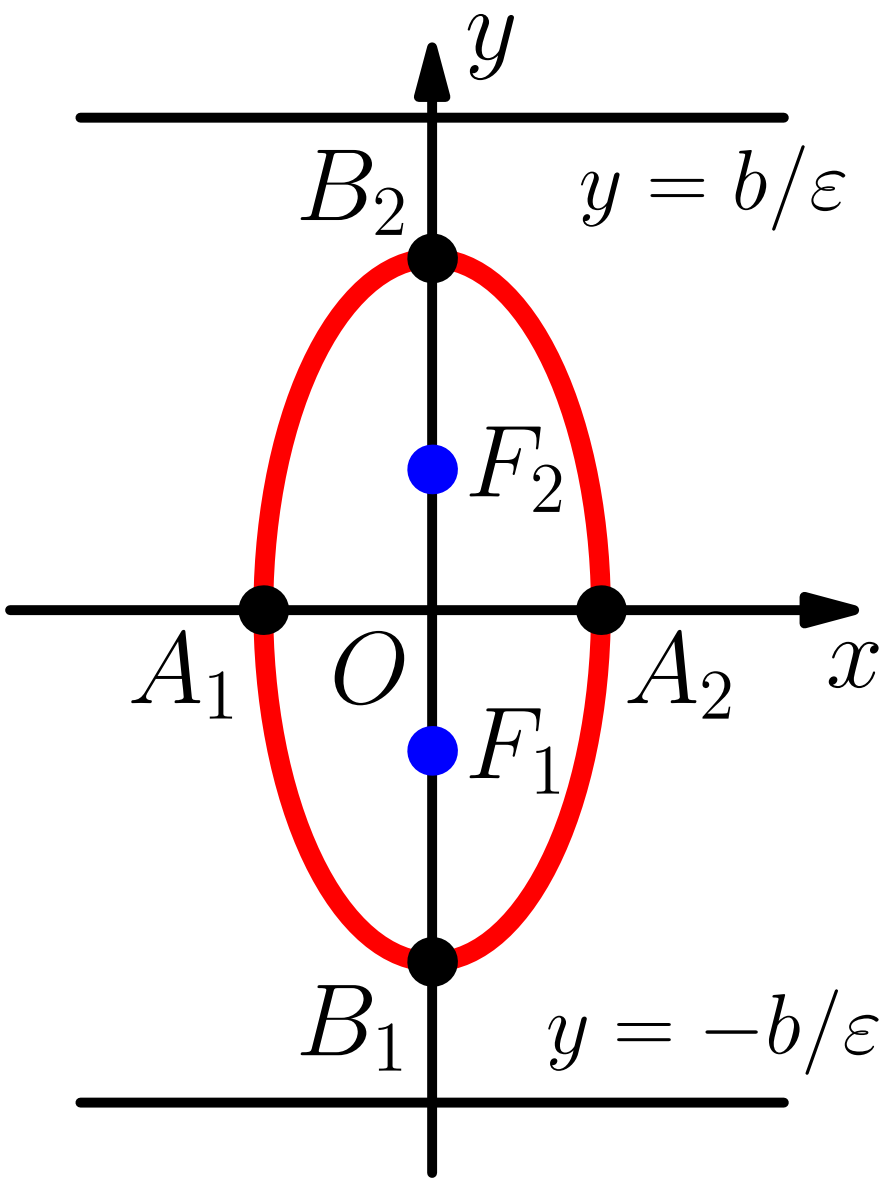
Эллипс



Эллипс



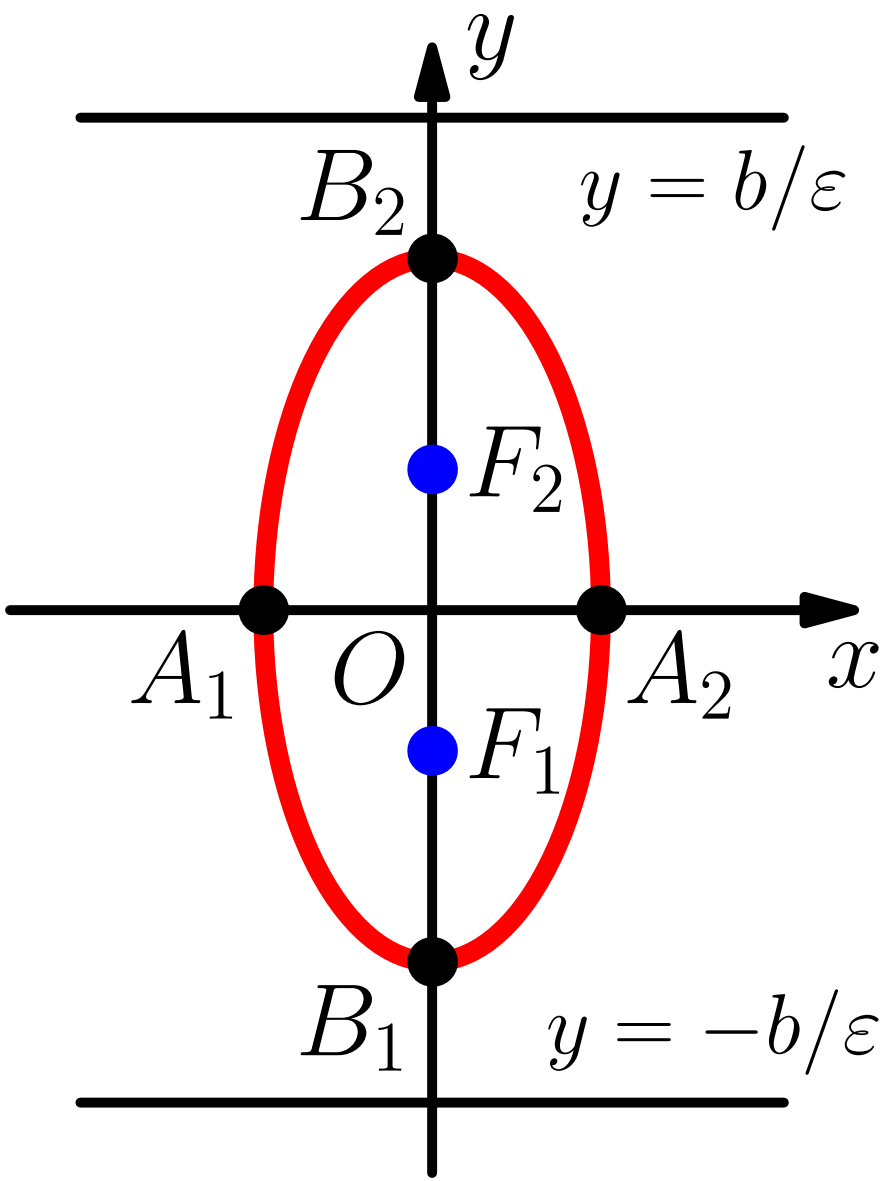
Эллипс



$A_1(-a, 0)$

$A_2(a, 0)$

Эллипс



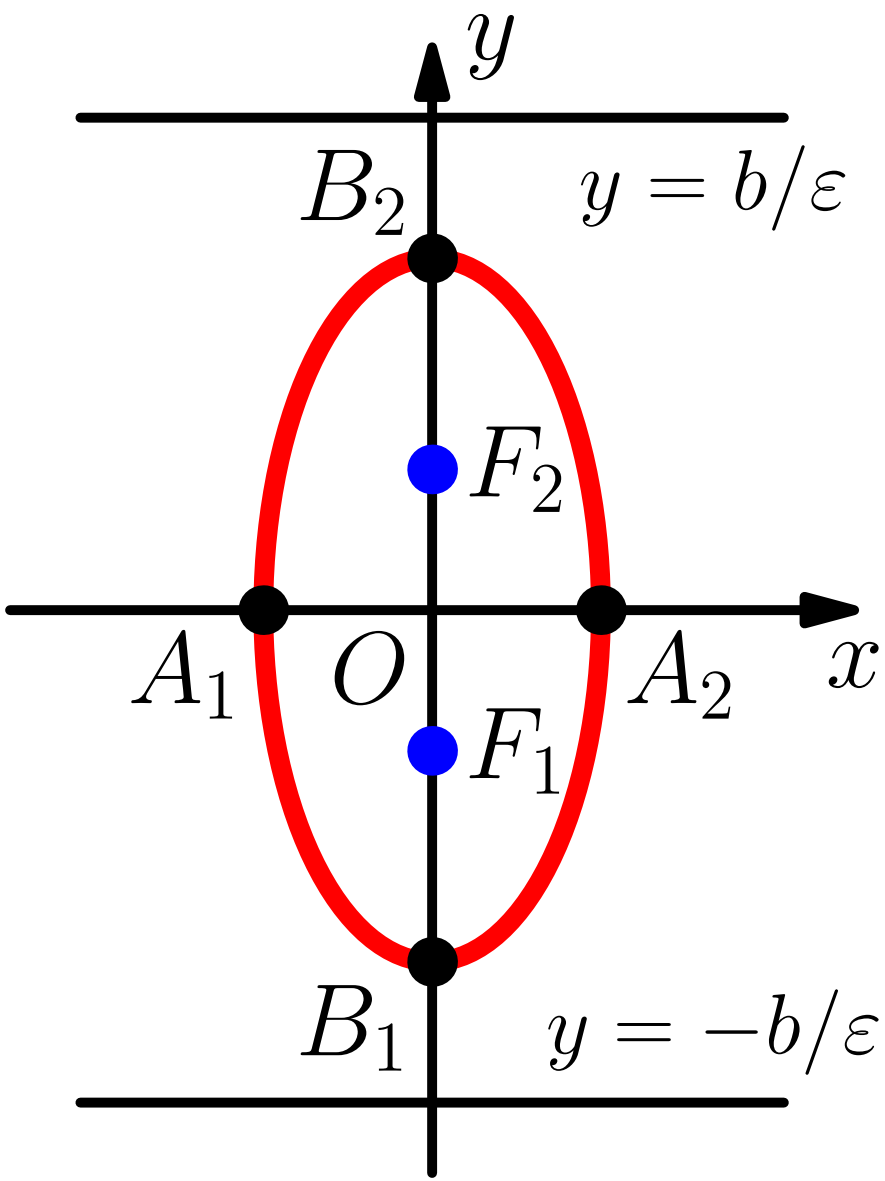
$A_1(-a, 0)$

$A_2(a, 0)$

$B_1(0, -b)$

$B_2(0, b)$

Эллипс



$A_1(-a, 0)$

$A_2(a, 0)$

$B_1(0, -b)$

$B_2(0, b)$

$F_1(0, -c)$

$F_2(0, c)$

Эллипс

К вырожденным кривым второго порядка эллиптического типа относятся

Эллипс

К вырожденным кривым второго порядка эллиптического типа относятся

мнимый эллипс

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1$$

Эллипс

К вырожденным кривым второго порядка эллиптического типа относятся

мнимый эллипс

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1$$

и **точка**

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0.$$

Гипербола

Гипербола

Определение

Гиперболой называется множество точек плоскости,

Гипербола

Определение

Гиперболой называется множество точек плоскости, модуль разности расстояний от каждой из которых до двух данных точек этой плоскости, называемых **фокусами**,

Гипербола

Определение

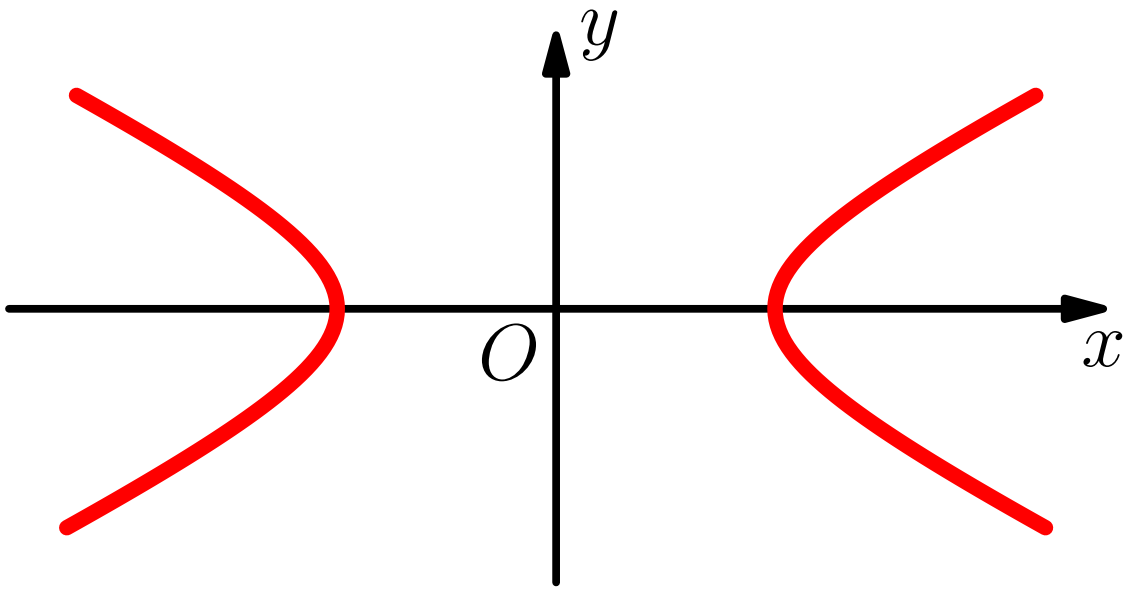
Гиперболой называется множество точек плоскости, модуль разности расстояний от каждой из которых до двух данных точек этой плоскости, называемых **фокусами**, есть величина постоянная,

Гипербола

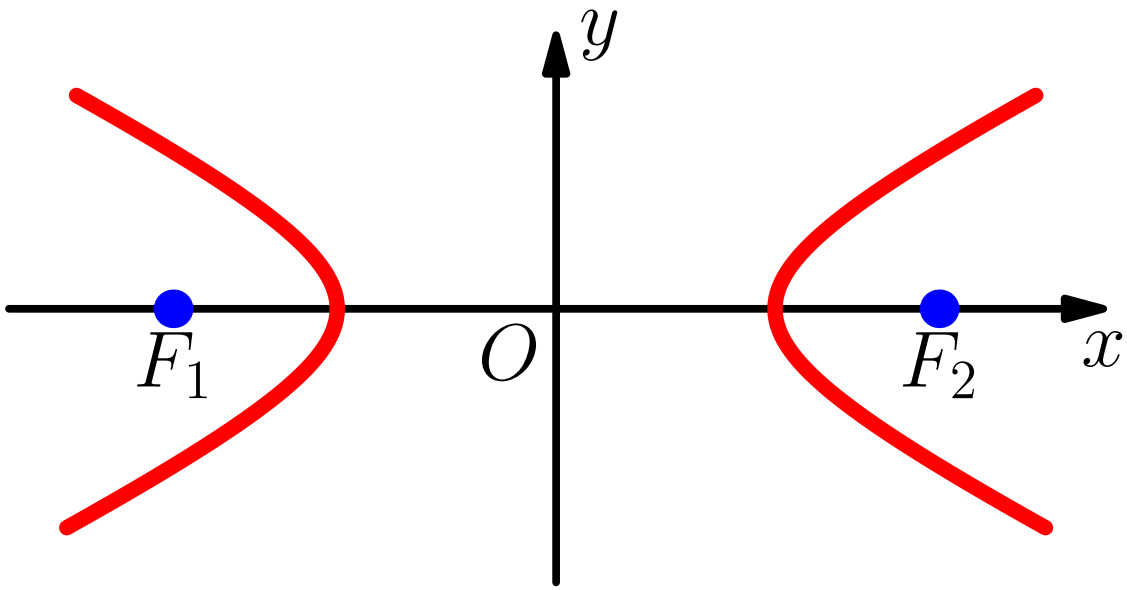
Определение

Гиперболой называется множество точек плоскости, модуль разности расстояний от каждой из которых до двух данных точек этой плоскости, называемых **фокусами**, есть величина постоянная, причем эта величина меньше, чем расстояние между фокусами.

Гипербола

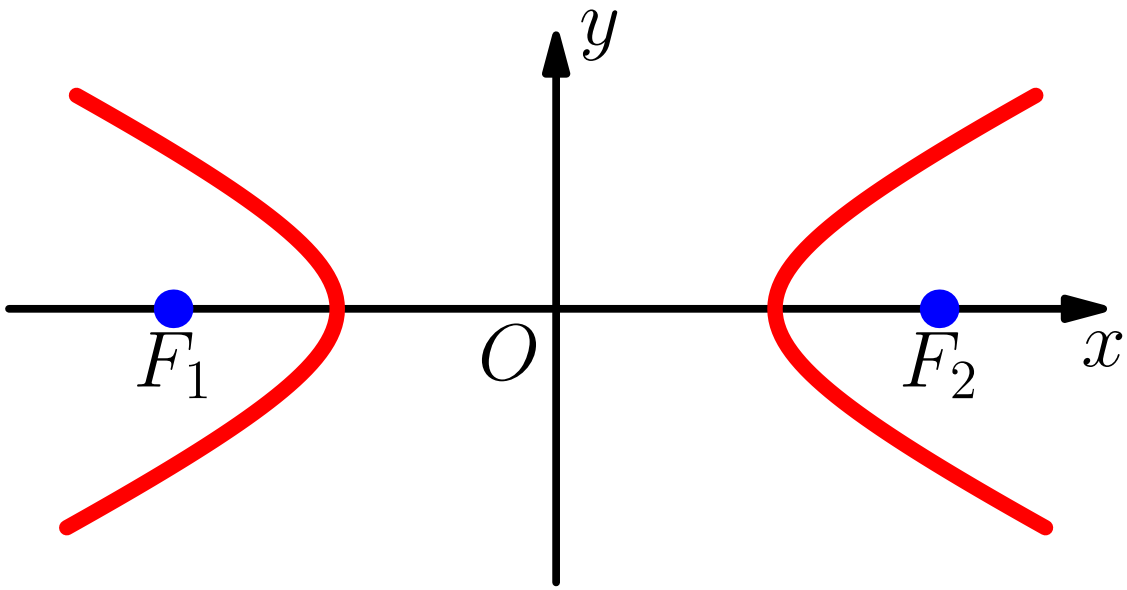


Гипербола



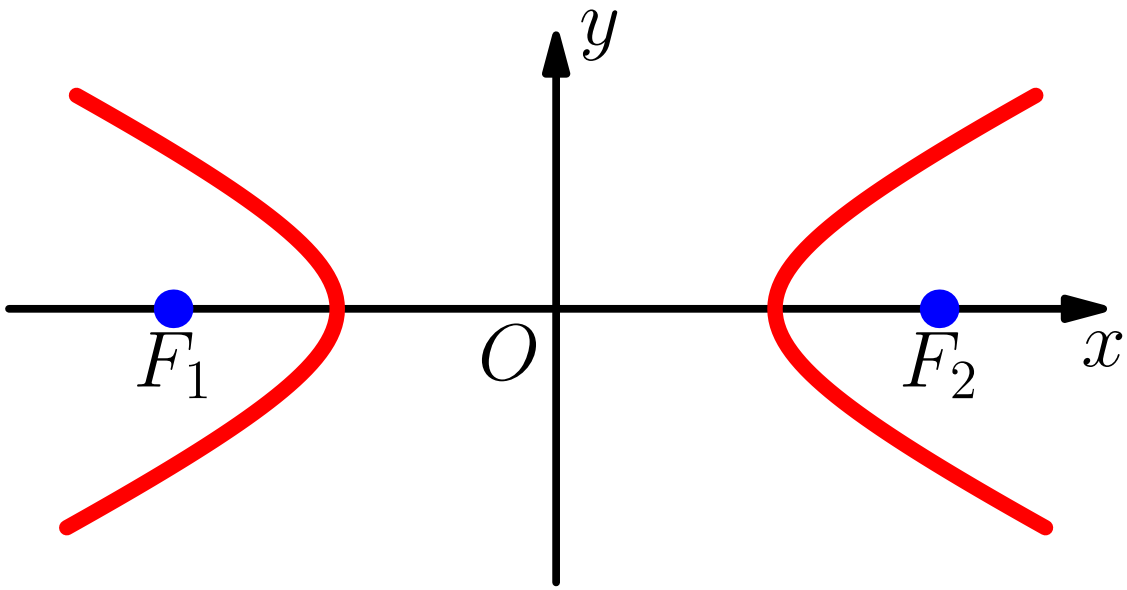
Пусть фокусы гиперболы F_1 и F_2 расположены на оси Ox симметрично относительно точки O,

Гипербола



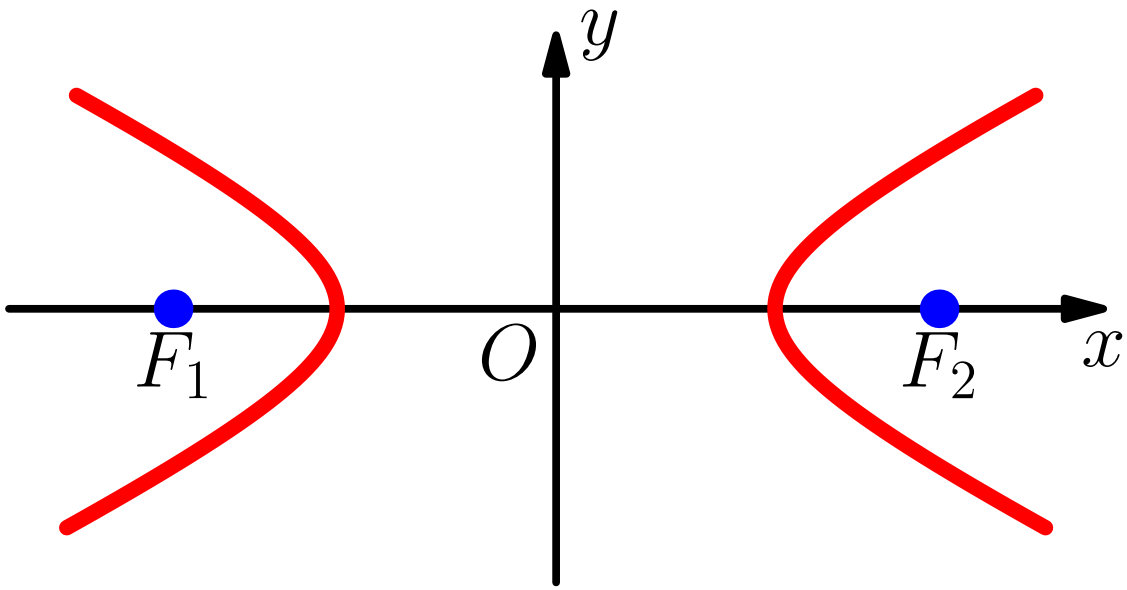
Пусть фокусы гиперболы F_1 и F_2 расположены на оси Ox симметрично относительно точки O, и пусть расстояние между ними $F_1F_2 = 2c$.

Гипербола



Пусть фокусы гиперболы F_1 и F_2 расположены на оси Ox симметрично относительно точки O, и пусть расстояние между ними $F_1F_2 = 2c$. Тогда имеем $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$.

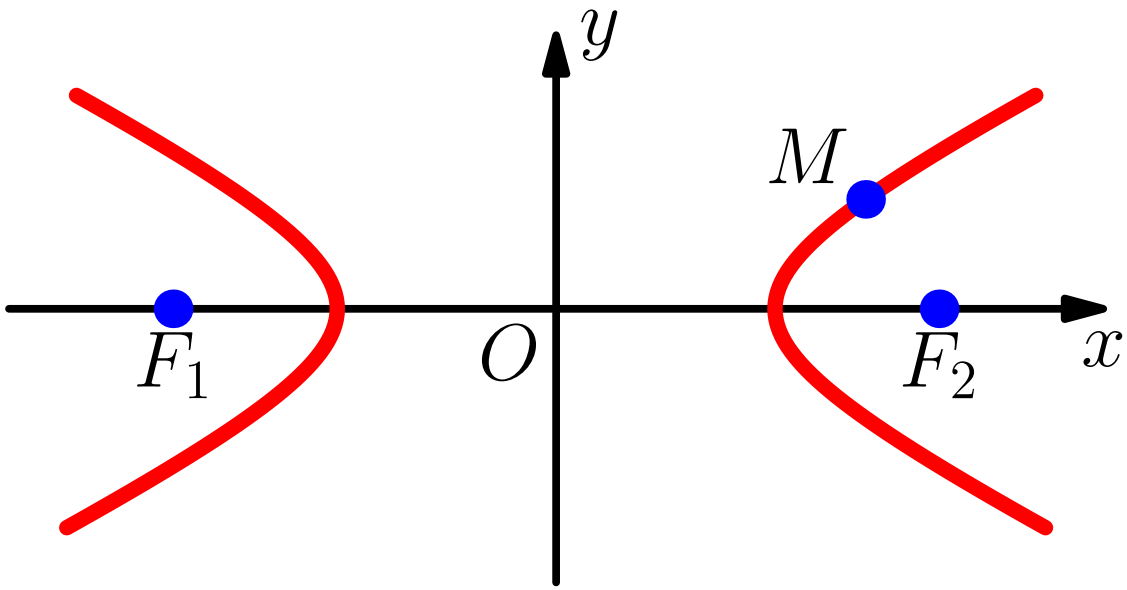
Гипербола



$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$

Пусть фокусы гиперболы F_1 и F_2 расположены на оси Ox симметрично относительно точки O, и пусть расстояние между ними $F_1F_2 = 2c$. Тогда имеем $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$.

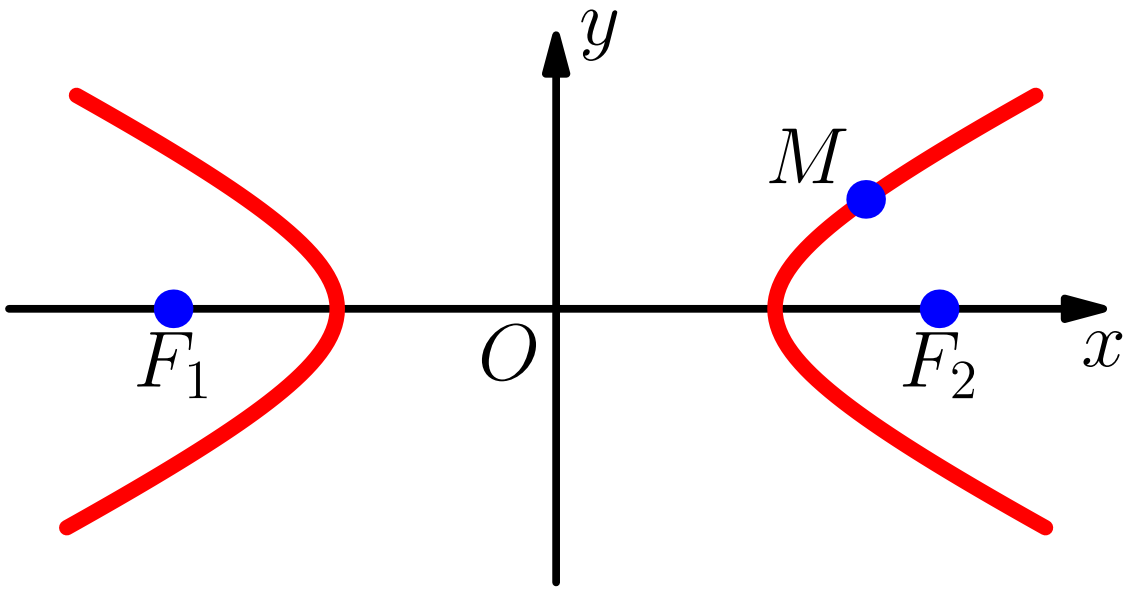
Гипербола



$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$

Пусть $M(x, y)$ - произвольная точка гиперболы,

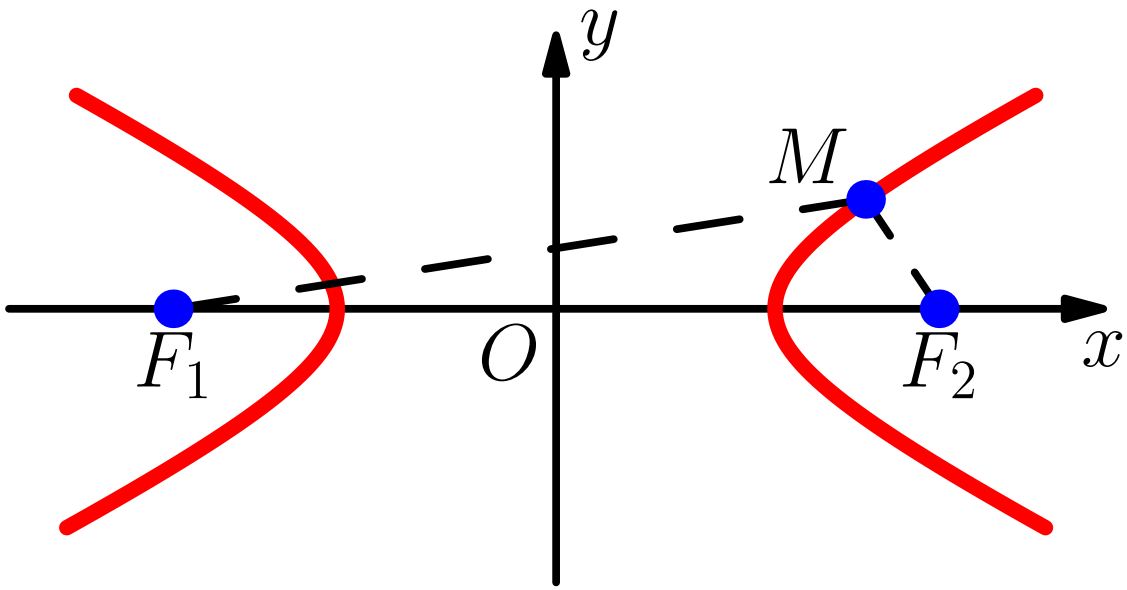
Гипербола



$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$
$M(x, y)$

Пусть $M(x, y)$ - произвольная точка гиперболы,

Гипербола



$F_1(-c, 0)$

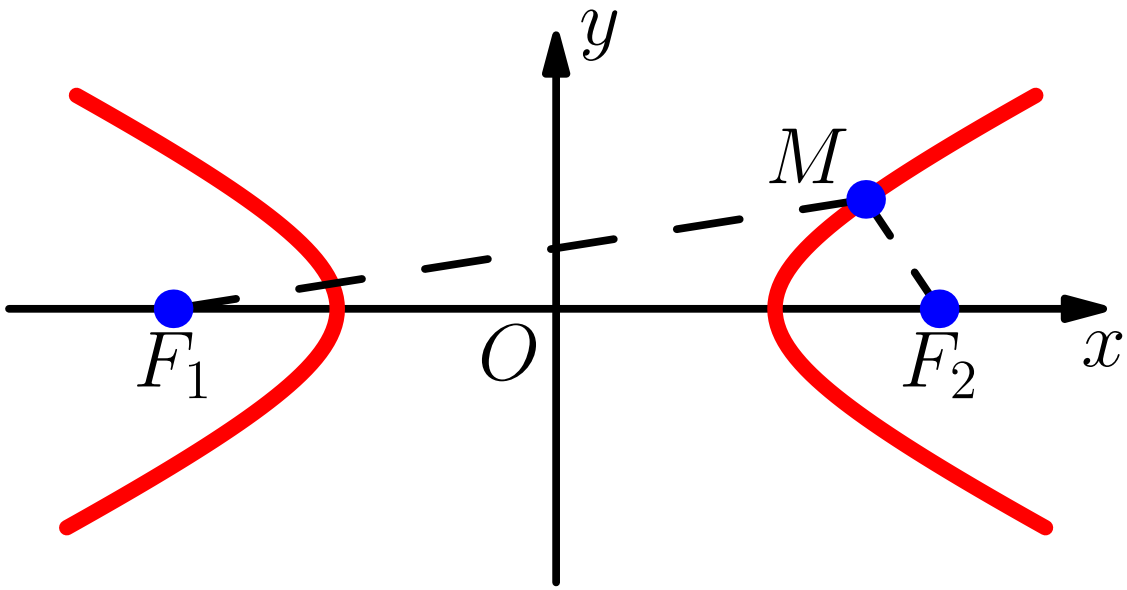
$F_2(c, 0)$

$M(x, y)$

Пусть $M(x, y)$ - произвольная точка гиперболы,

$$|MF_1 - MF_2| = 2a$$

Гипербола



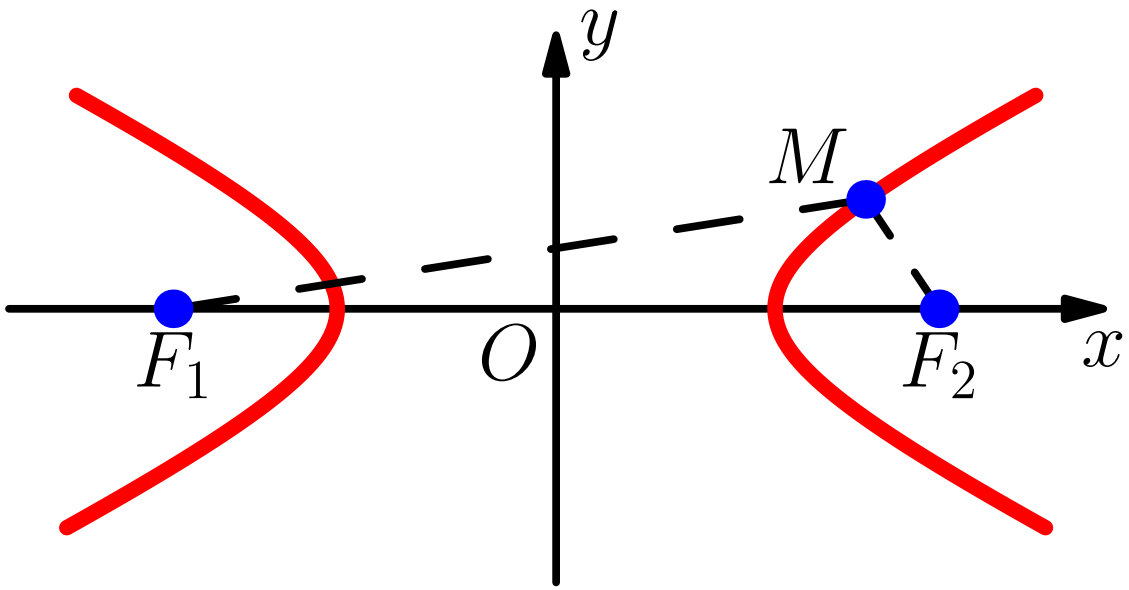
$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$
$M(x, y)$

Пусть $M(x, y)$ - произвольная точка гиперболы,

$$|MF_1 - MF_2| = 2a$$

и по определению гиперболы $2a < 2c$.

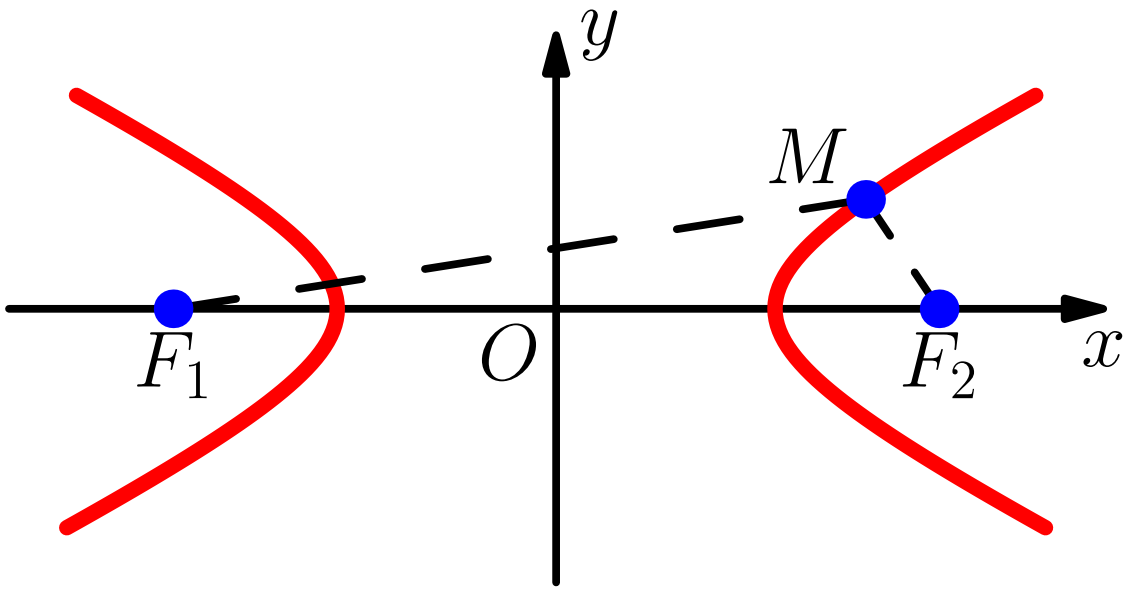
Гипербола



$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$
$M(x, y)$

Используя формулу расстояния между двумя точками,

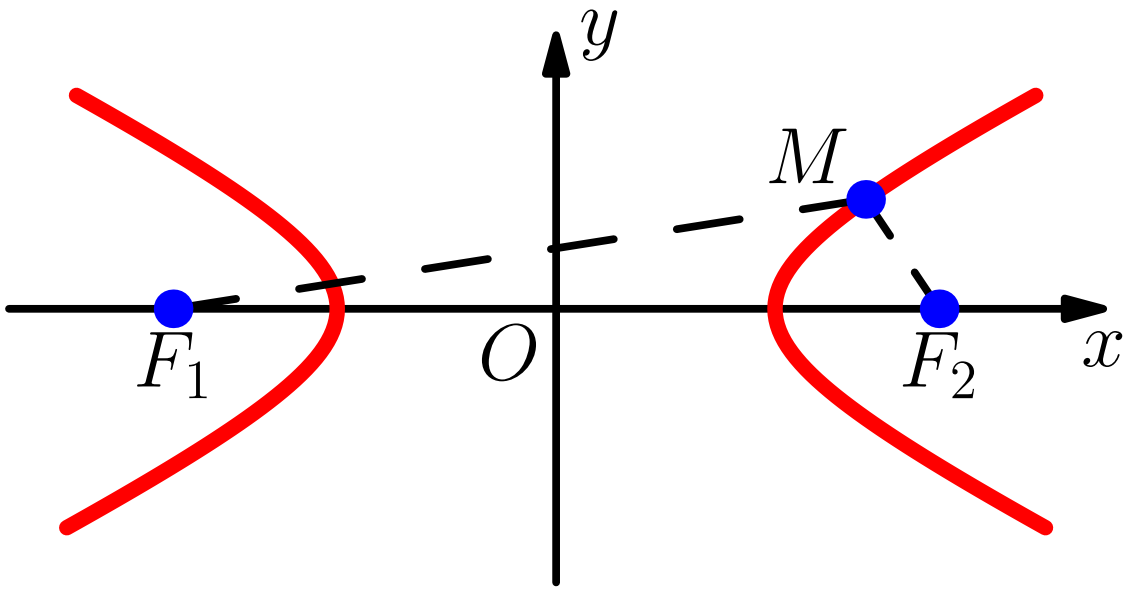
Гипербола



$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$
$M(x, y)$

Используя формулу расстояния между двумя точками, из равенства $|MF_1 - MF_2| = 2a$ получаем

Гипербола

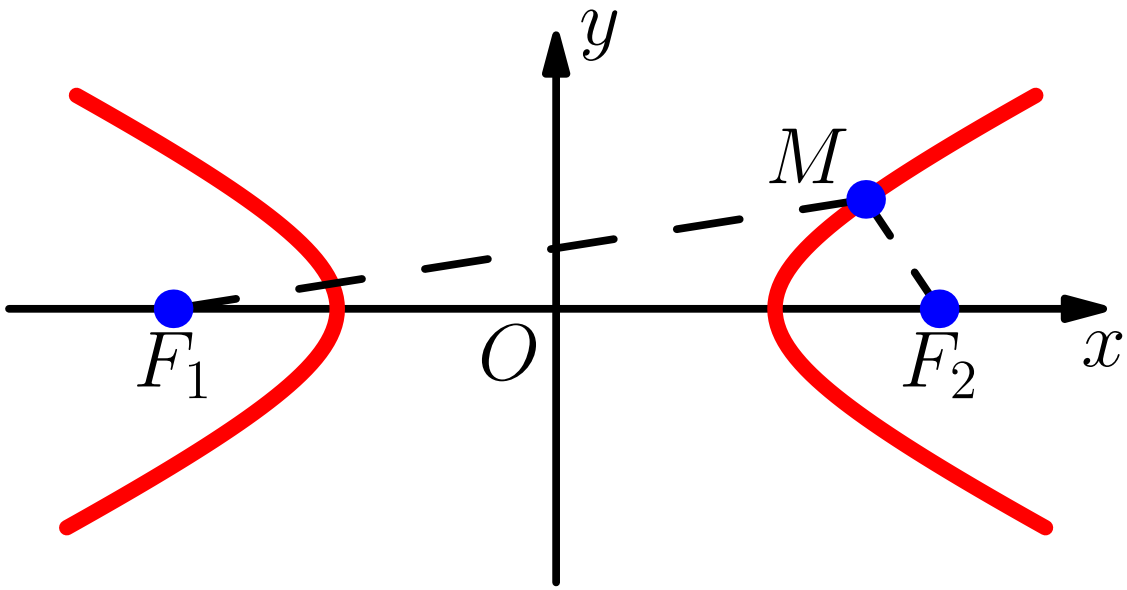


$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$
$M(x, y)$

Используя формулу расстояния между двумя точками, из равенства $|MF_1 - MF_2| = 2a$ получаем

$$\left|\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}\right| = 2a.$$

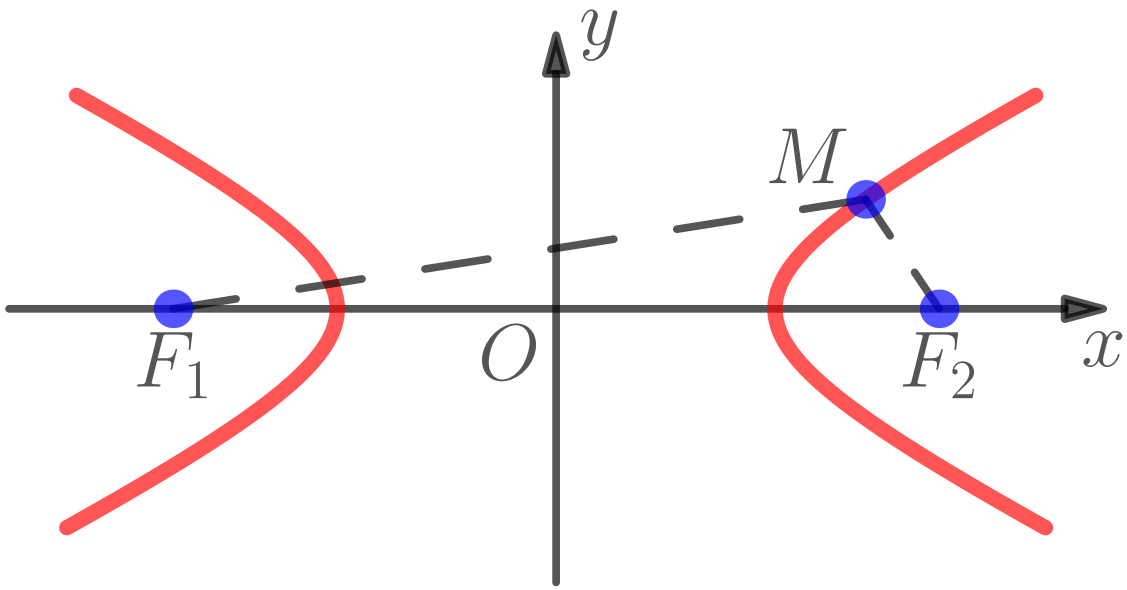
Гипербола



Используя формулу расстояния между двумя точками, из равенства $|MF_1 - MF_2| = 2a$ получаем

$$\left|\sqrt{(x+c)^2+y^2} - \sqrt{(x-c)^2+y^2}\right| = 2a.$$

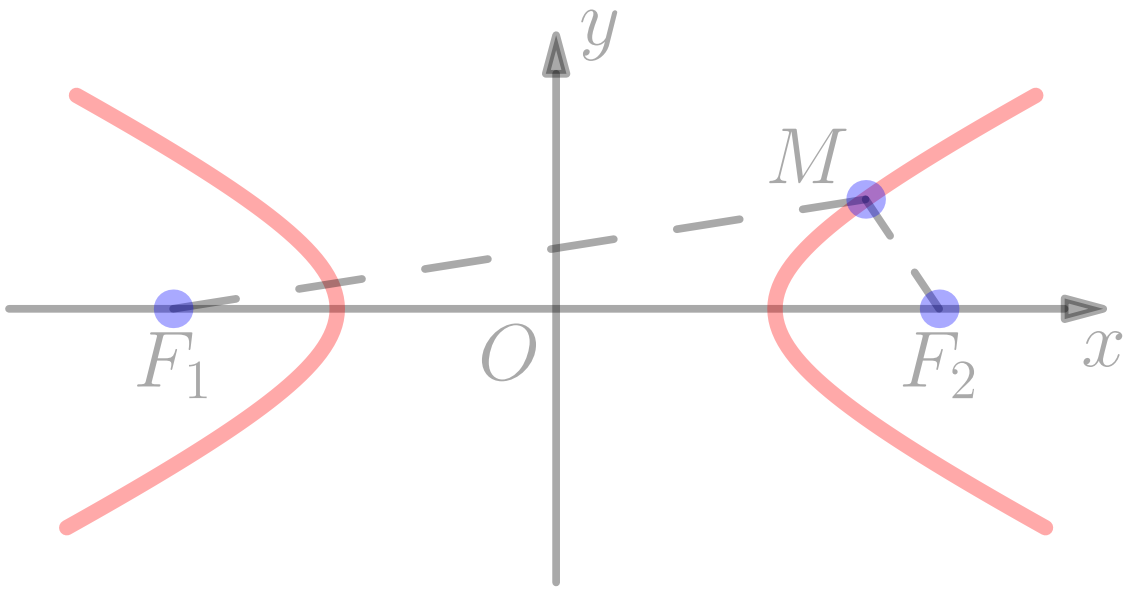
Гипербола



Используя формулу расстояния между двумя точками, из равенства $|MF_1 - MF_2| = 2a$ получаем

$$\left|\sqrt{(x+c)^2+y^2} - \sqrt{(x-c)^2+y^2}\right| = 2a.$$

Гипербола



Используя формулу расстояния между двумя точками, из равенства $|MF_1 - MF_2| = 2a$ получаем

$$\left|\sqrt{(x+c)^2+y^2} - \sqrt{(x-c)^2+y^2}\right| = 2a.$$

Гипербола

Используя формулу расстояния между двумя точками, из равенства $|MF_1 - MF_2| = 2a$ получаем

$$\left|\sqrt{(x+c)^2+y^2} - \sqrt{(x-c)^2+y^2}\right| = 2a.$$

Гипербола

Используя формулу расстояния между двумя точками, из равенства $|MF_1 - MF_2| = 2a$ получаем

$$\left|\sqrt{(x+c)^2+y^2} - \sqrt{(x-c)^2+y^2}\right| = 2a.$$

Гипербола

Используя формулу расстояния между двумя точками, из равенства $|MF_1 - MF_2| = 2a$ получаем

$$\left|\sqrt{(x+c)^2+y^2} - \sqrt{(x-c)^2+y^2}\right| = 2a.$$

Гипербола

Используя формулу расстояния между двумя точками, из равенства $|MF_1 - MF_2| = 2a$ получаем

$$\left|\sqrt{(x+c)^2+y^2} - \sqrt{(x-c)^2+y^2}\right| = 2a.$$

Гипербола

Используя формулу расстояния между двумя точками, из равенства $|MF_1 - MF_2| = 2a$ получаем

$$\left|\sqrt{(x+c)^2+y^2} - \sqrt{(x-c)^2+y^2}\right| = 2a.$$

Гипербола

Используя формулу расстояния между двумя точками, из равенства $|MF_1 - MF_2| = 2a$ получаем

$$\left|\sqrt{(x+c)^2+y^2} - \sqrt{(x-c)^2+y^2}\right| = 2a.$$

После преобразований, как это было сделано при выводе уравнения эллипса,

Гипербола

Используя формулу расстояния между двумя точками, из равенства $|MF_1 - MF_2| = 2a$ получаем

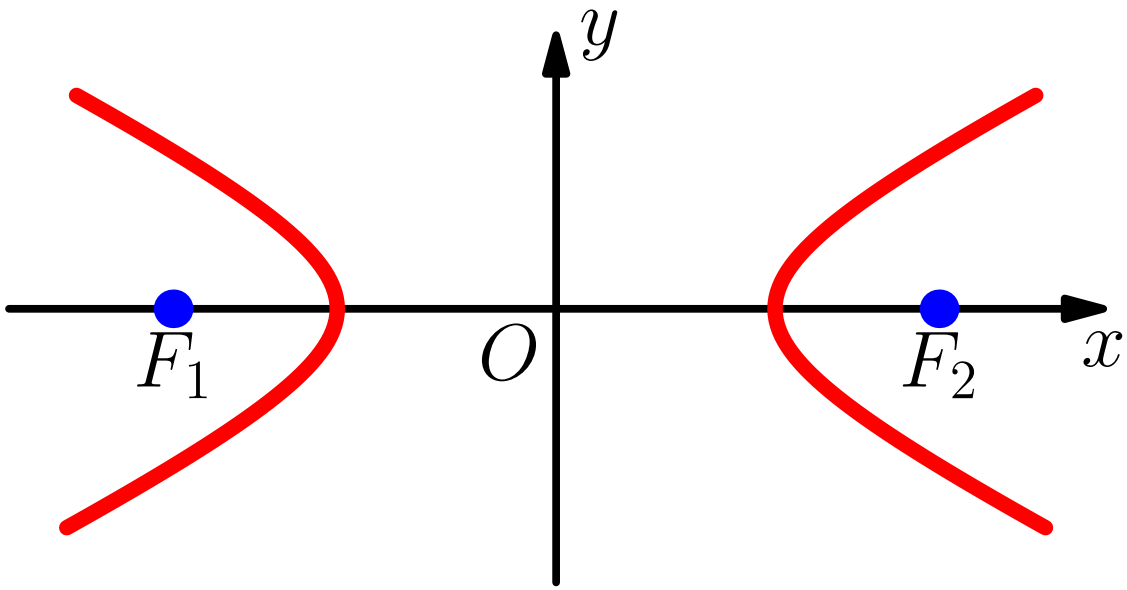
$$\left|\sqrt{(x+c)^2+y^2} - \sqrt{(x-c)^2+y^2}\right| = 2a.$$

После преобразований, как это было сделано при выводе уравнения эллипса, получим **каноническое уравнение гиперболы**

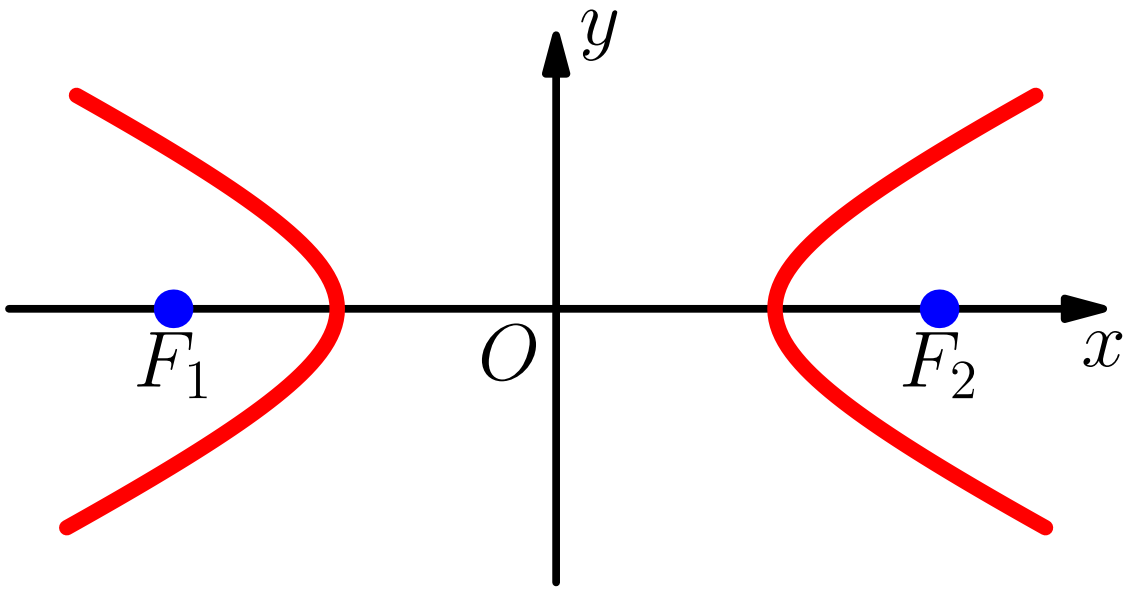
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

где $a^2 + b^2 = c^2$.

Гипербола

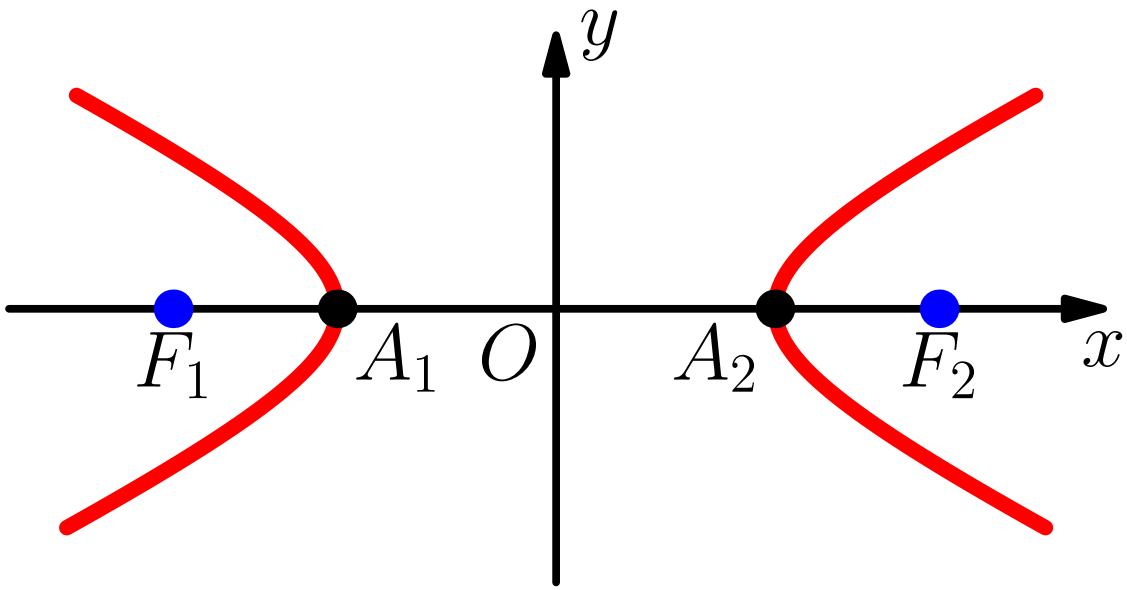


Гипербола



Точка O – **центр гиперболы**.

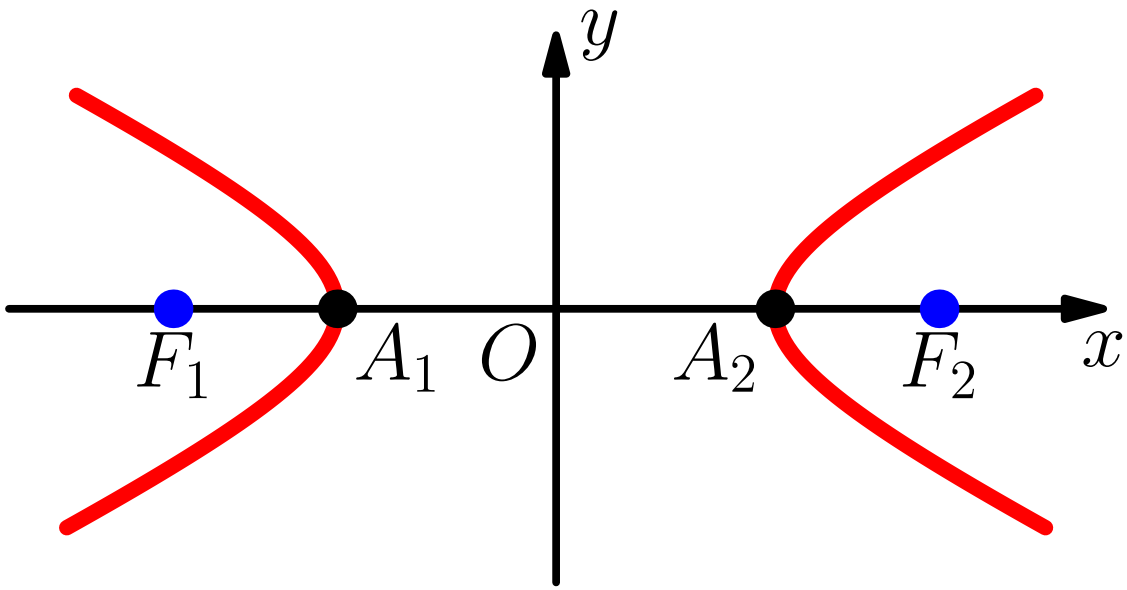
Гипербола



Точка O – **центр гиперболы**.

Точки A_1 и A_2 – **вершины гиперболы**.

Гипербола

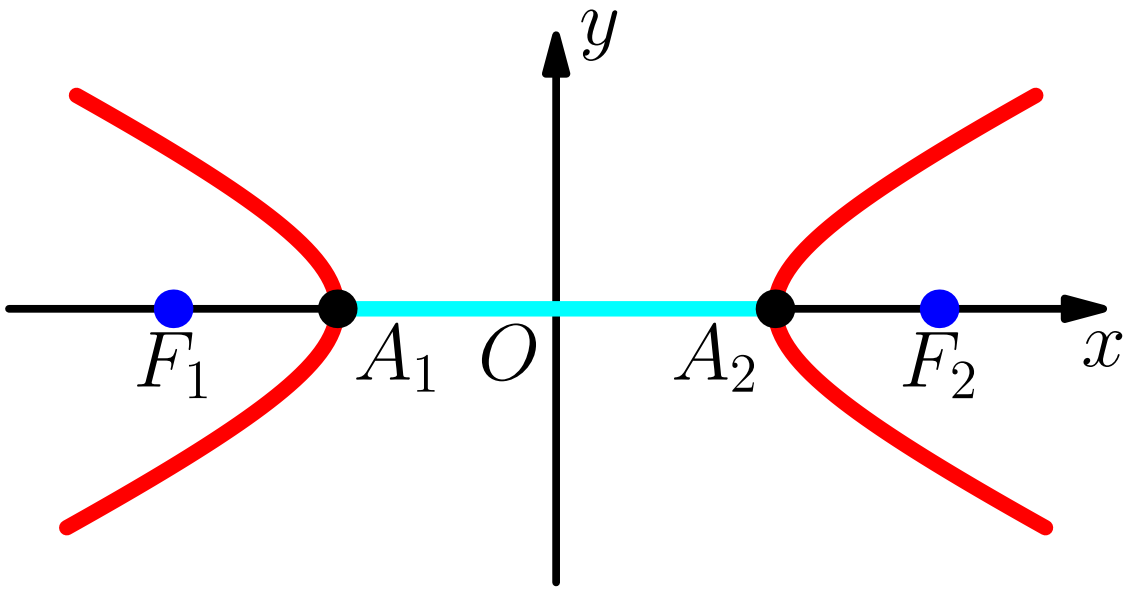


Точка O – **центр гиперболы**.

Точки A_1 и A_2 – **вершины гиперболы**.

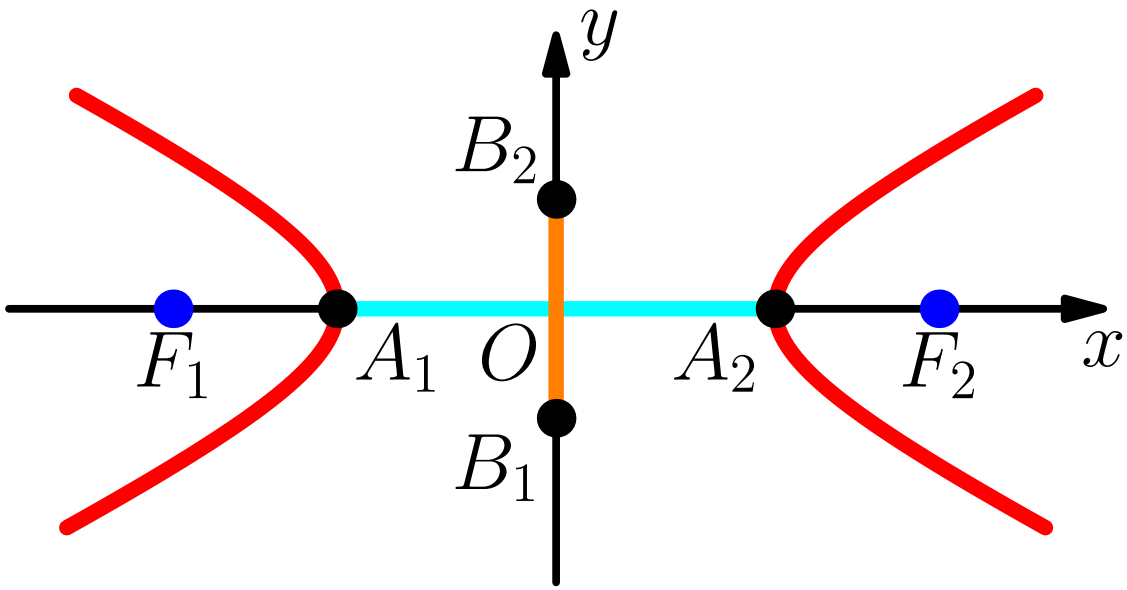
Гипербола не пересекает ось Oy.

Гипербола



Отрезок A_1A_2 – **действительная ось гиперболы**.

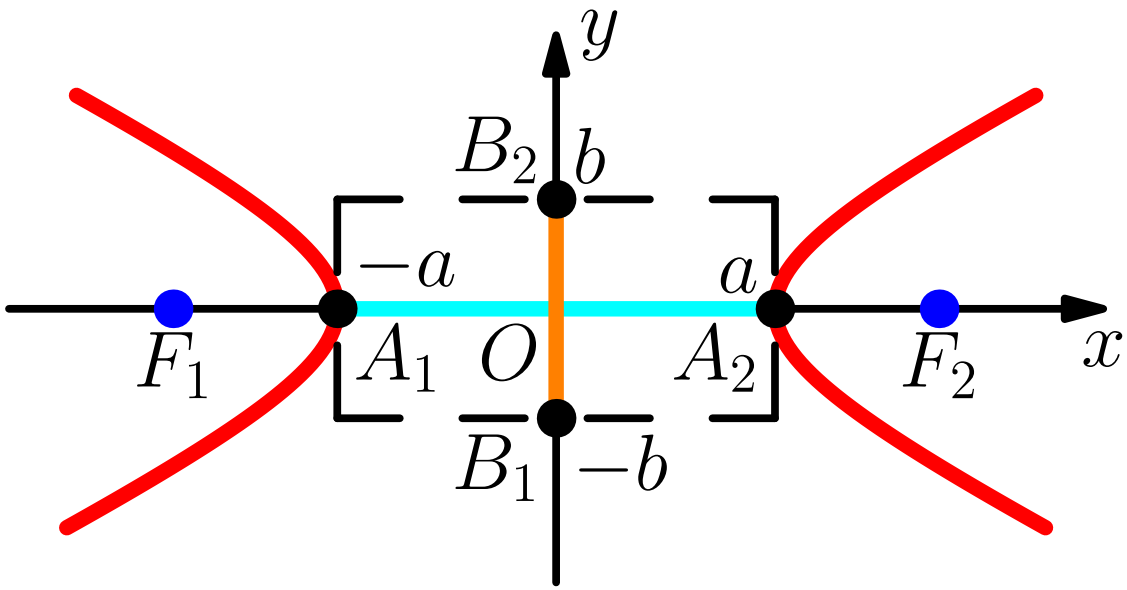
Гипербола



Отрезок A_1A_2 – **действительная ось гиперболы**.

Отрезок B_1B_2 – **мнимая ось гиперболы**.

Гипербола



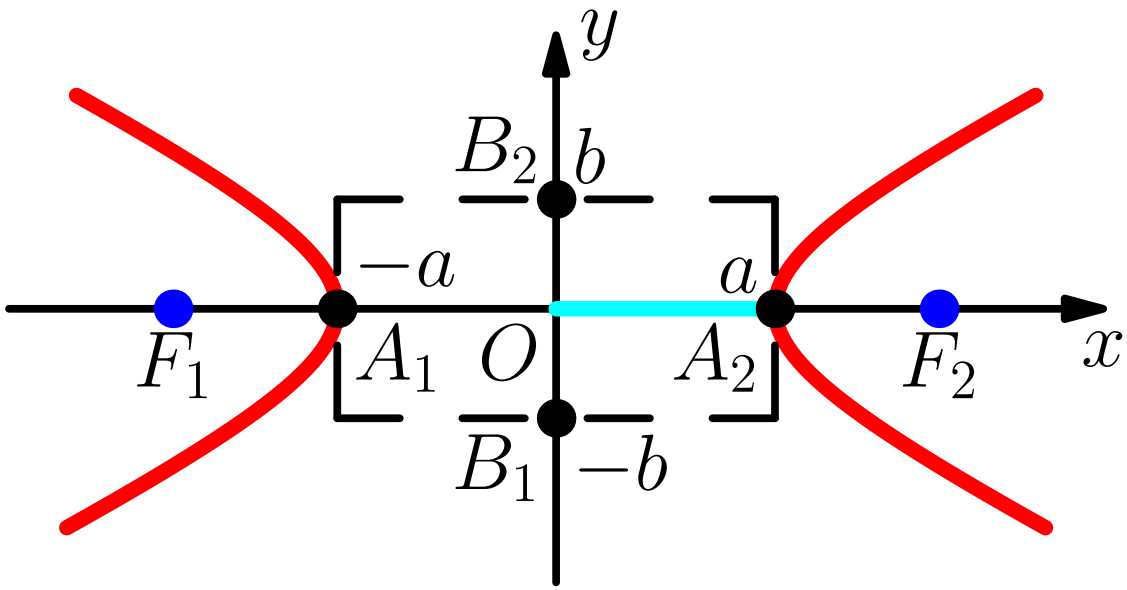
$A_1(-a, 0)$
$A_2(a, 0)$
$B_1(0, -b)$
$B_2(0, b)$

Отрезок A_1A_2 – **действительная ось гиперболы**.

Отрезок B_1B_2 – **мнимая ось гиперболы**.

$$A_1A_2 = 2a,\ B_1B_2 = 2b$$

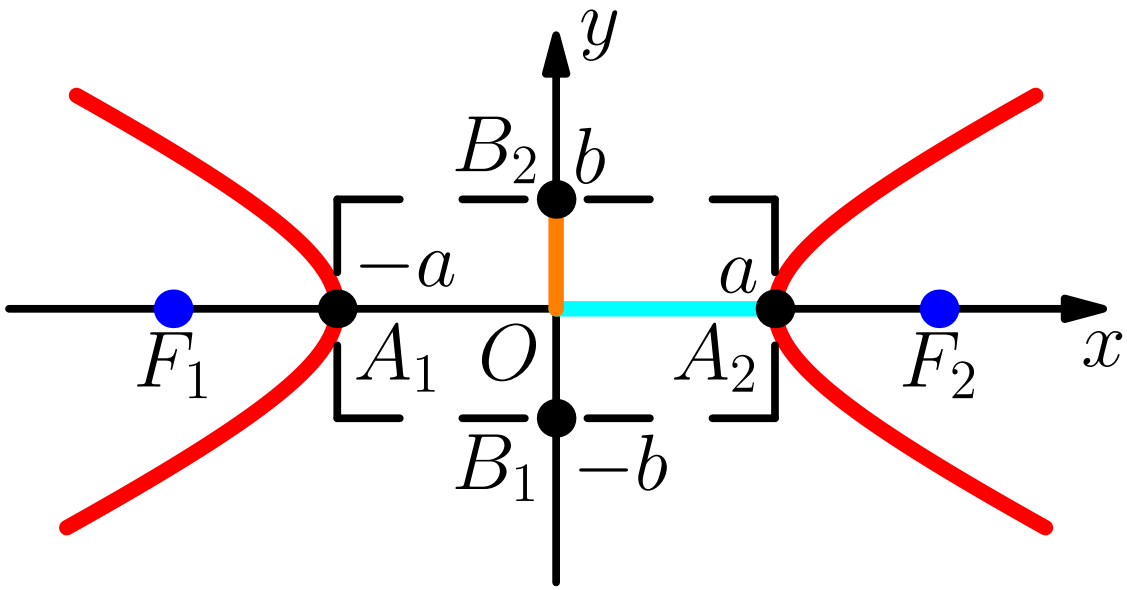
Гипербола



$A_1(-a, 0)$
$A_2(a, 0)$
$B_1(0, -b)$
$B_2(0, b)$

Отрезок OA_2 – **действительная полуось гиперболы**.

Гипербола

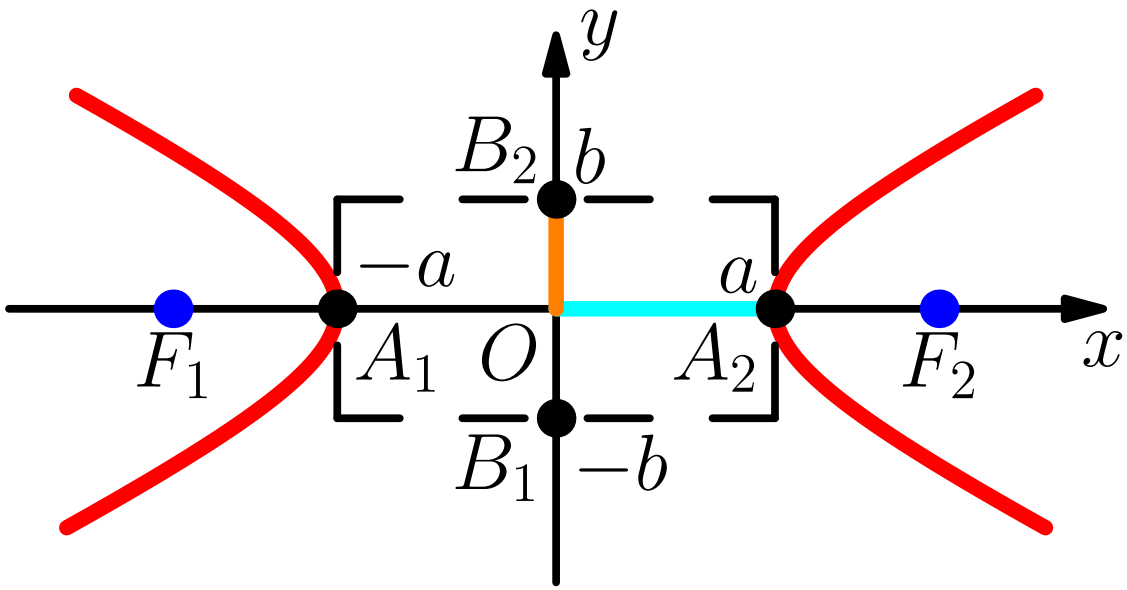


$A_1(-a, 0)$
$A_2(a, 0)$
$B_1(0, -b)$
$B_2(0, b)$

Отрезок OA_2 – **действительная полуось гиперболы**.

Отрезок OB_2 – **мнимая полуось гиперболы**.

Гипербола



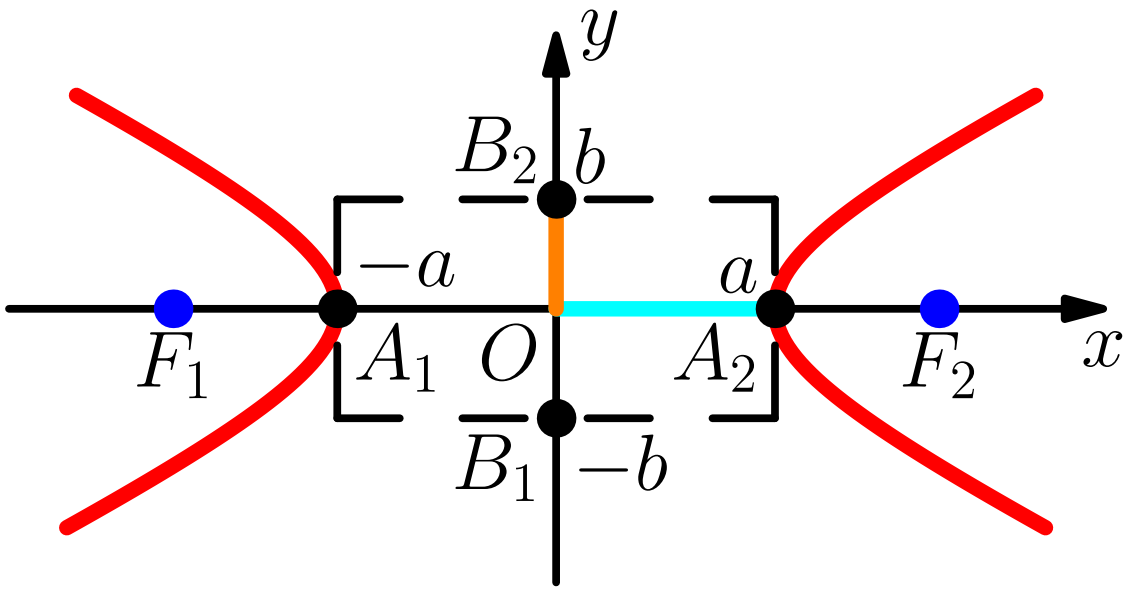
$A_1(-a, 0)$
$A_2(a, 0)$
$B_1(0, -b)$
$B_2(0, b)$

Отрезок OA_2 – **действительная полуось гиперболы**.

Отрезок OB_2 – **мнимая полуось гиперболы**.

$$OA_2 = a, \; OB_2 = b$$

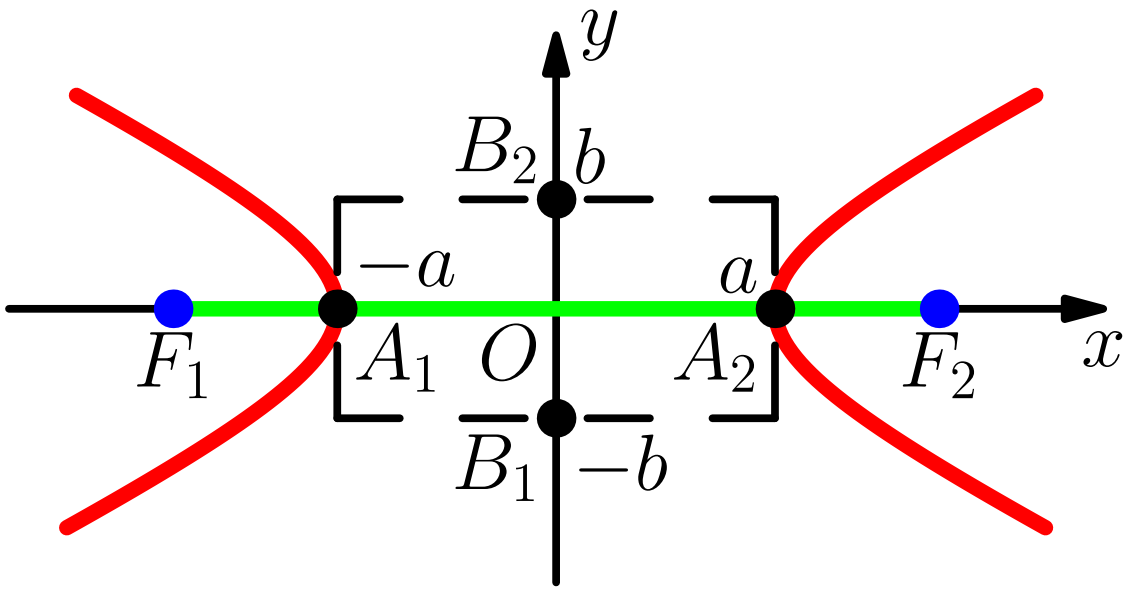
Гипербола



$A_1(-a, 0)$
$A_2(a, 0)$
$B_1(0, -b)$
$B_2(0, b)$

Числа a и b также часто называют **действительной и мнимой полуосями гиперболы**.

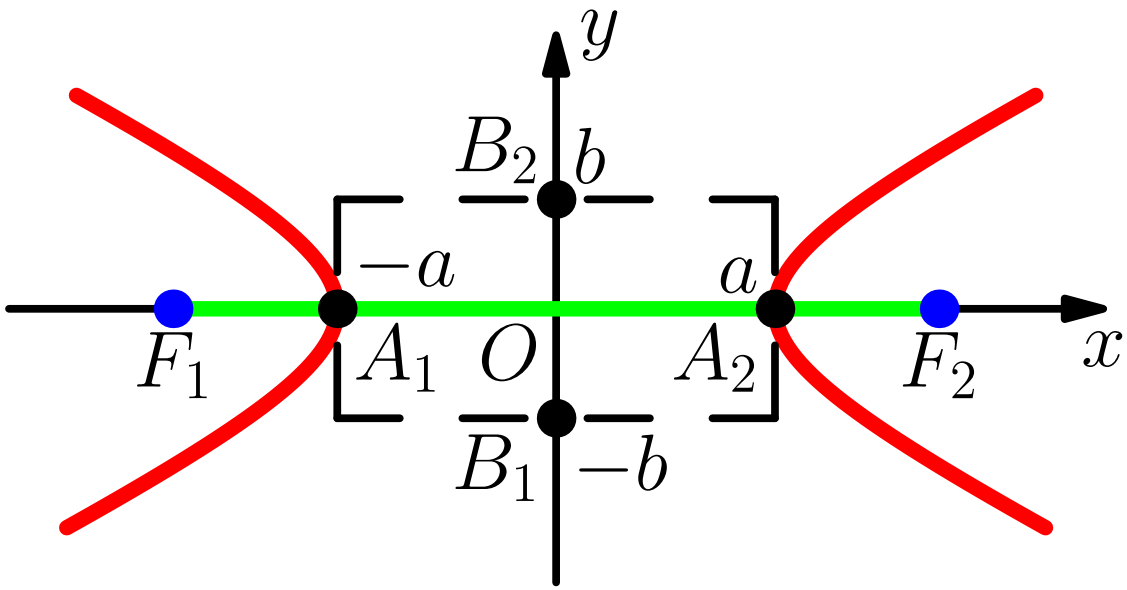
Гипербола



$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$

Расстояние между фокусами F_1 и F_2 называется **фокусным (фокальным) расстоянием гиперболы**.

Гипербола

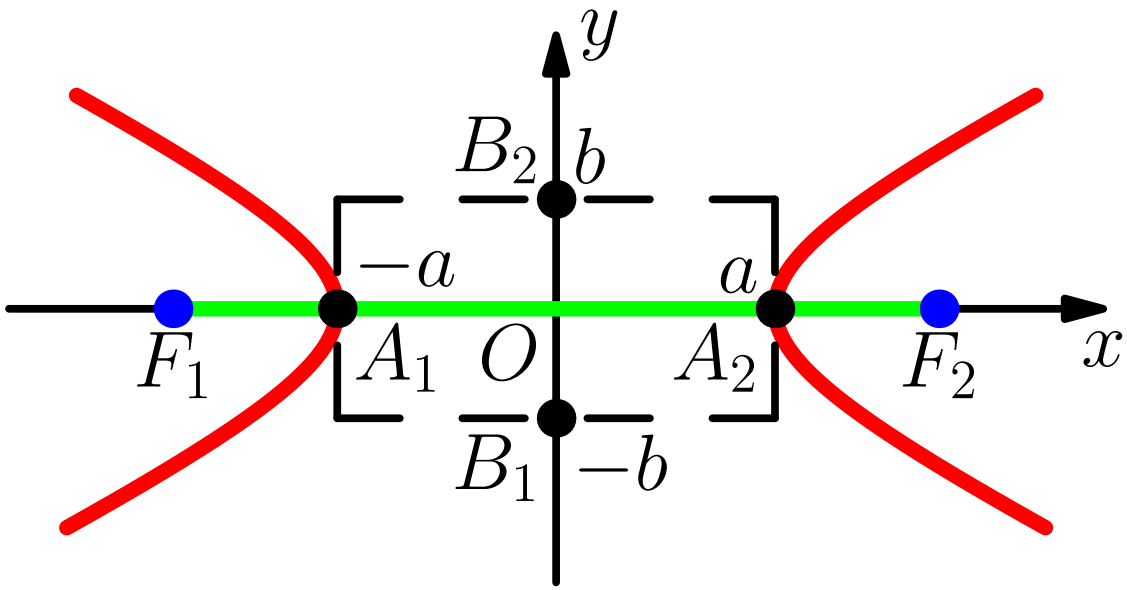


$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$

Расстояние между фокусами F_1 и F_2 называется **фокусным (фокальным) расстоянием гиперболы**.

$$F_1F_2 = 2c$$

Гипербола



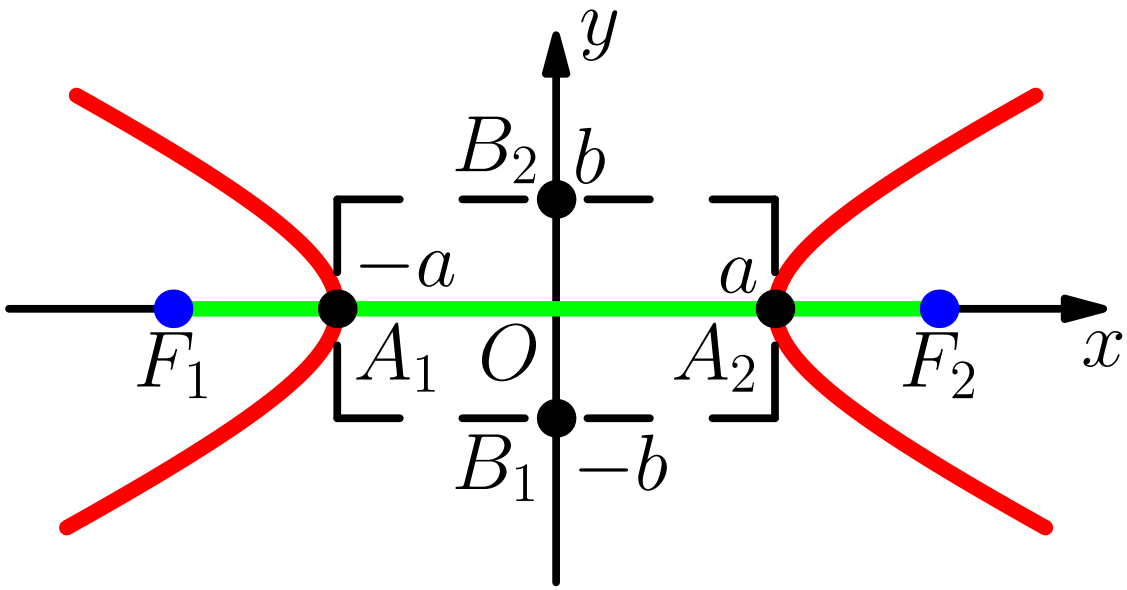
$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$

Расстояние между фокусами F_1 и F_2 называется **фокусным (фокальным) расстоянием гиперболы**.

$$F_1F_2 = 2c$$

Число c – **полуфокусное расстояние**.

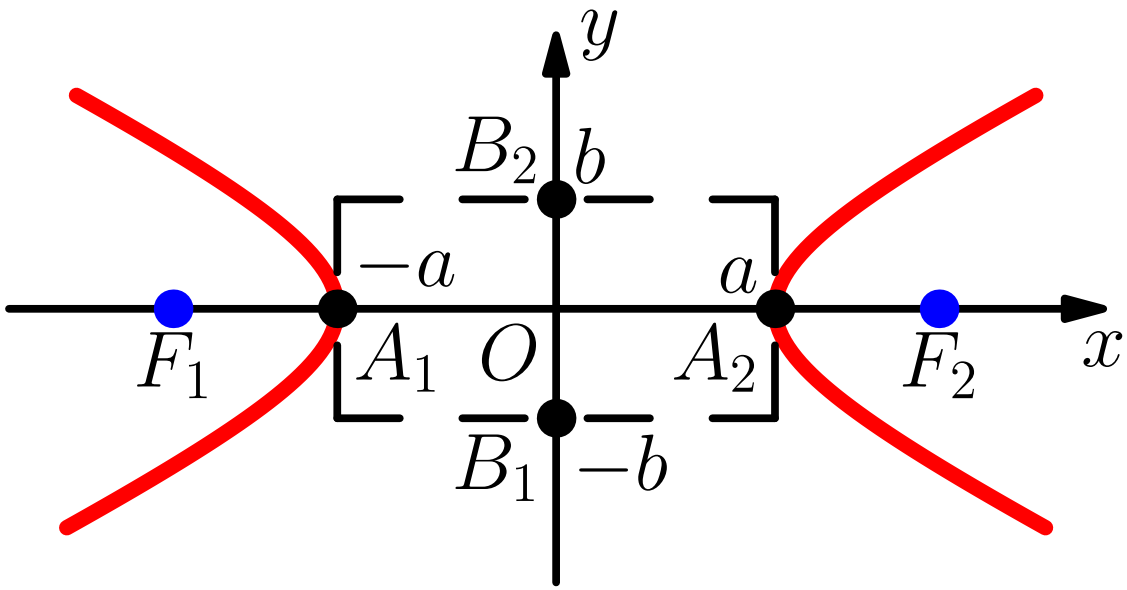
Гипербола



$F_1(-c, 0)$
$F_2(c, 0)$

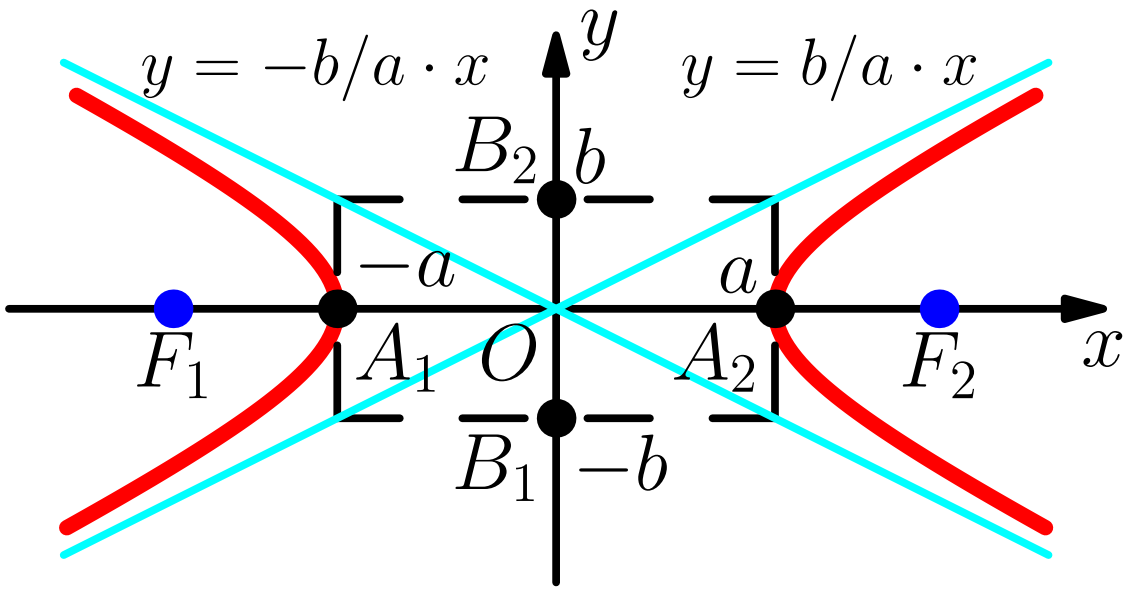
Ось, на которой лежат фокусы, есть **фокальная ось гиперболы**.

Гипербола



При неограниченном удалении точек гиперболы от начала координат они неограниченно приближаются к прямым, проходящим через диагонали прямоугольника со сторонами $x = \pm a$, $y = \pm b$,

Гипербола

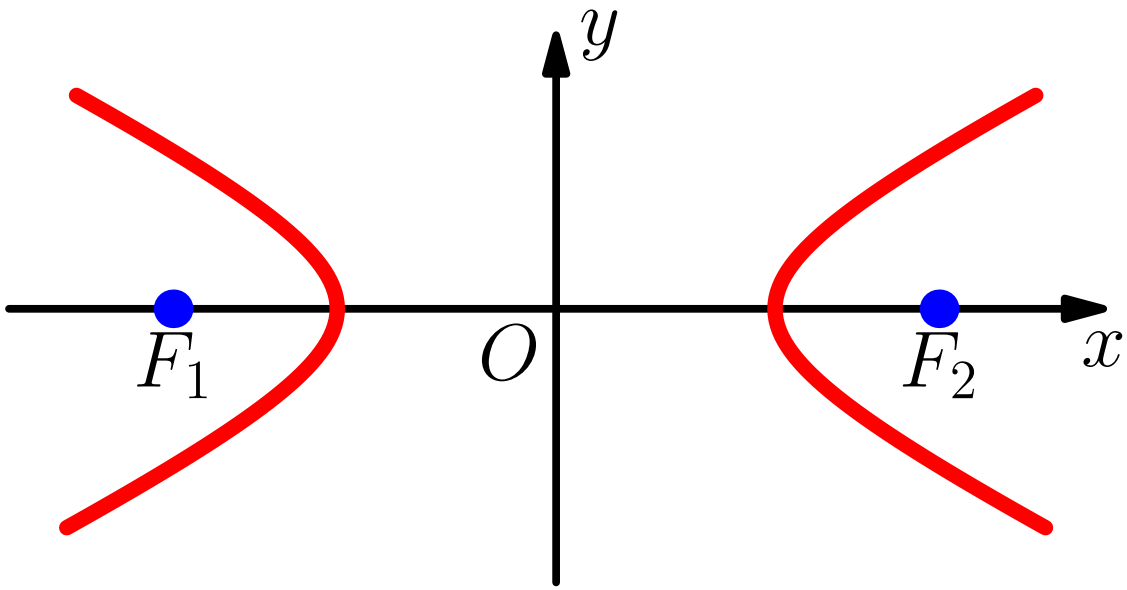


т.е. к прямым

$$y = \pm \frac{b}{a} x,$$

которые являются **асимптотами гиперболы**.

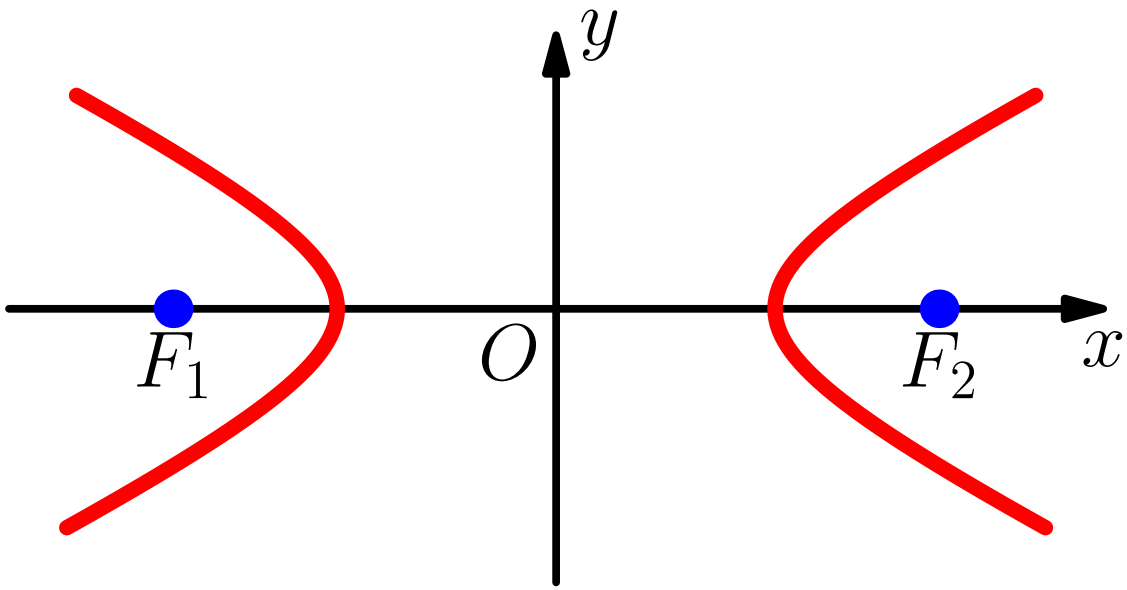
Гипербола



Число $\varepsilon = c/a$ называется

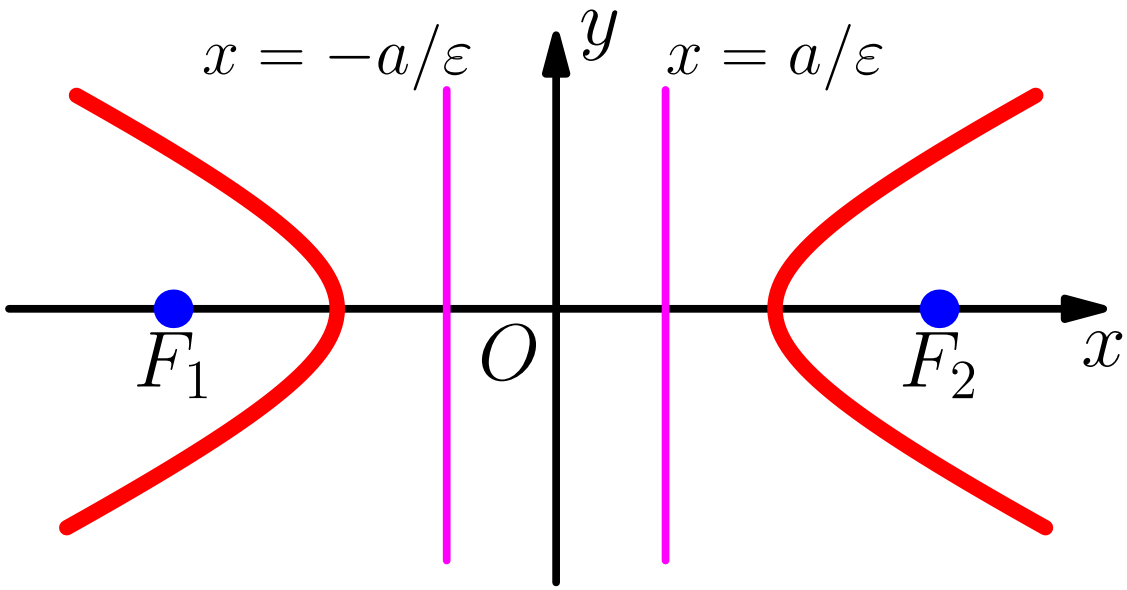
эксцентриситетом гиперболы,

Гипербола



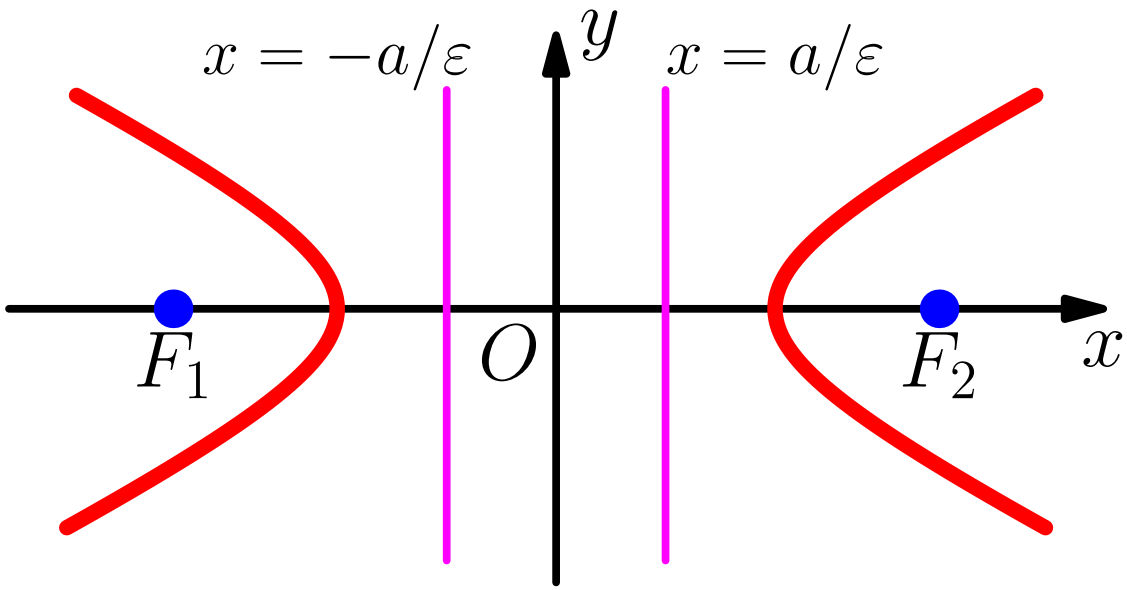
Число $\varepsilon = c/a$ называется **эксцентриситетом гиперболы**, его возможные значения: $1 < \varepsilon < +\infty$.

Гипербола



Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами гиперболы**

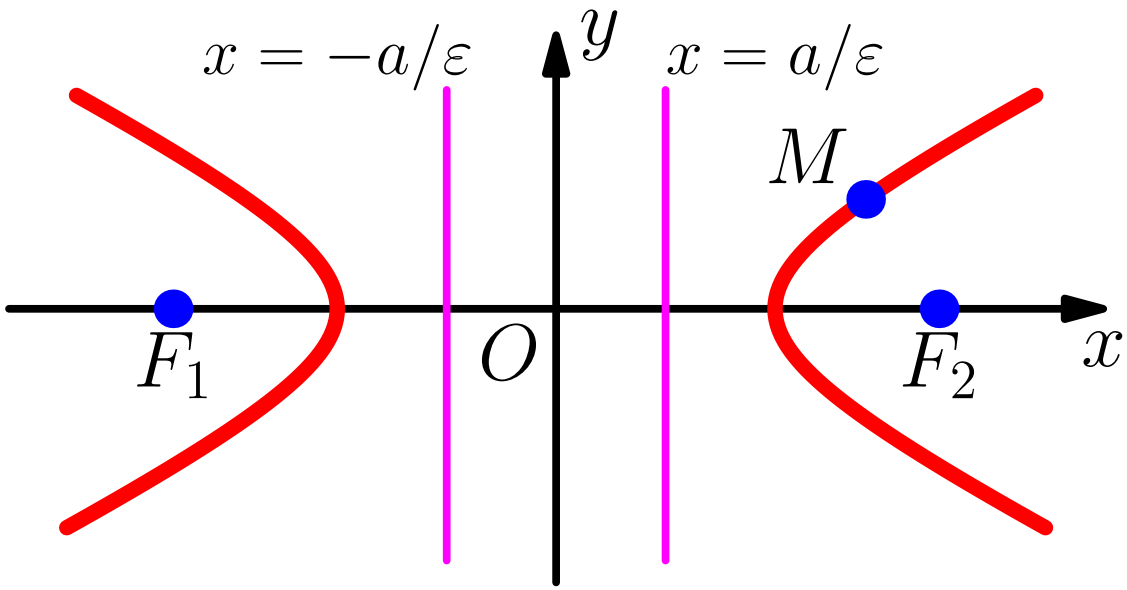
Гипербола



Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами гиперболы**

Свойство директрис:

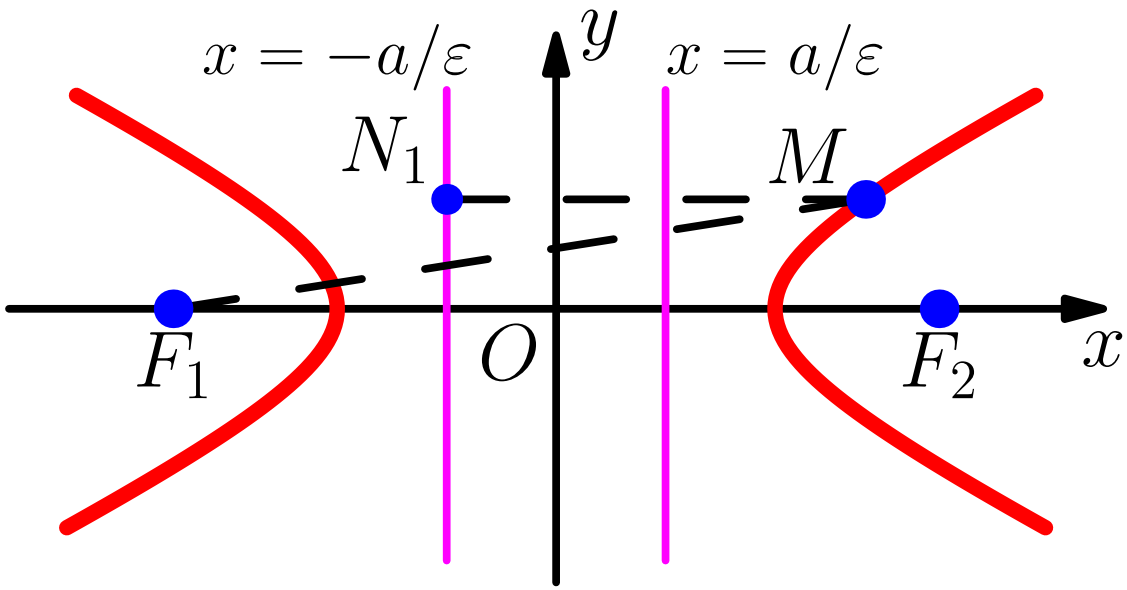
Гипербола



Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами гиперболы**

Свойство директрис:

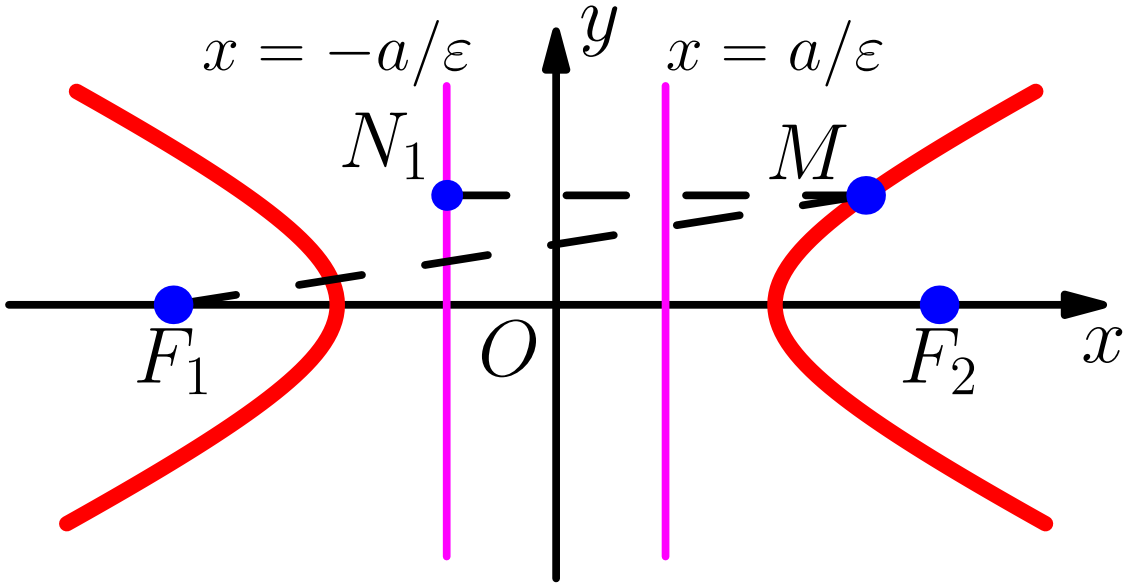
Гипербола



Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами гиперболы**

Свойство директрис:

Гипербола

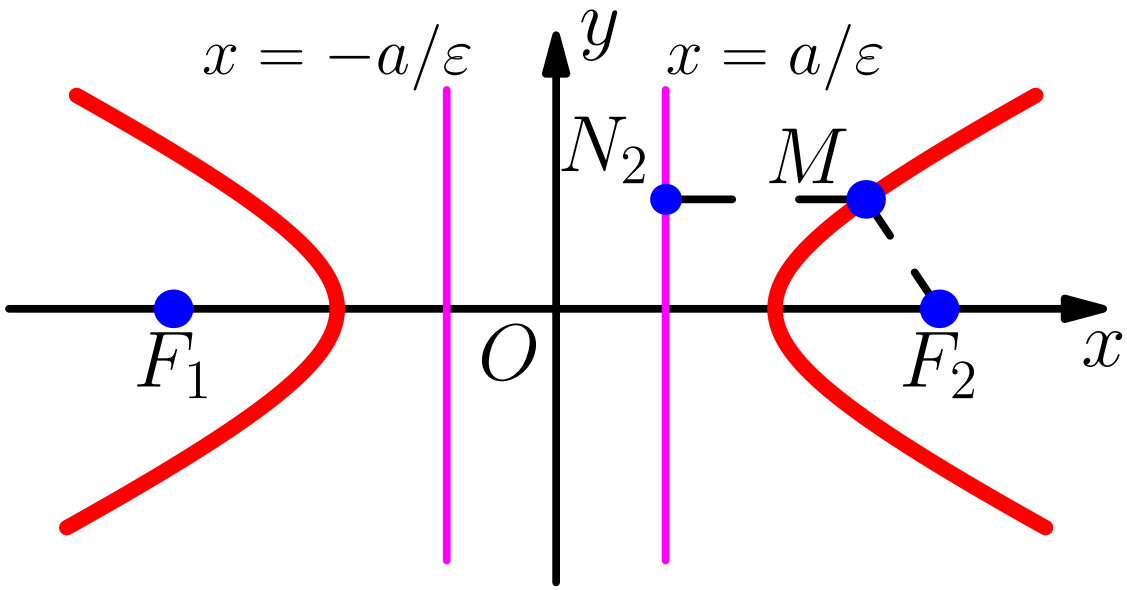


Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами гиперболы**

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,$$

Гипербола

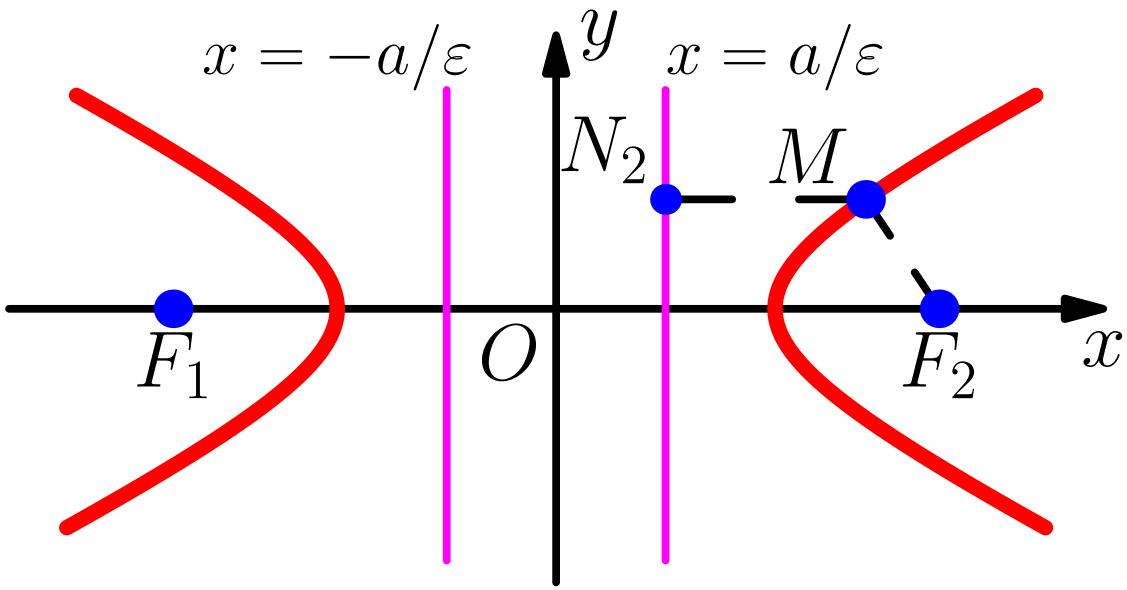


Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами гиперболы**

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,$$

Гипербола

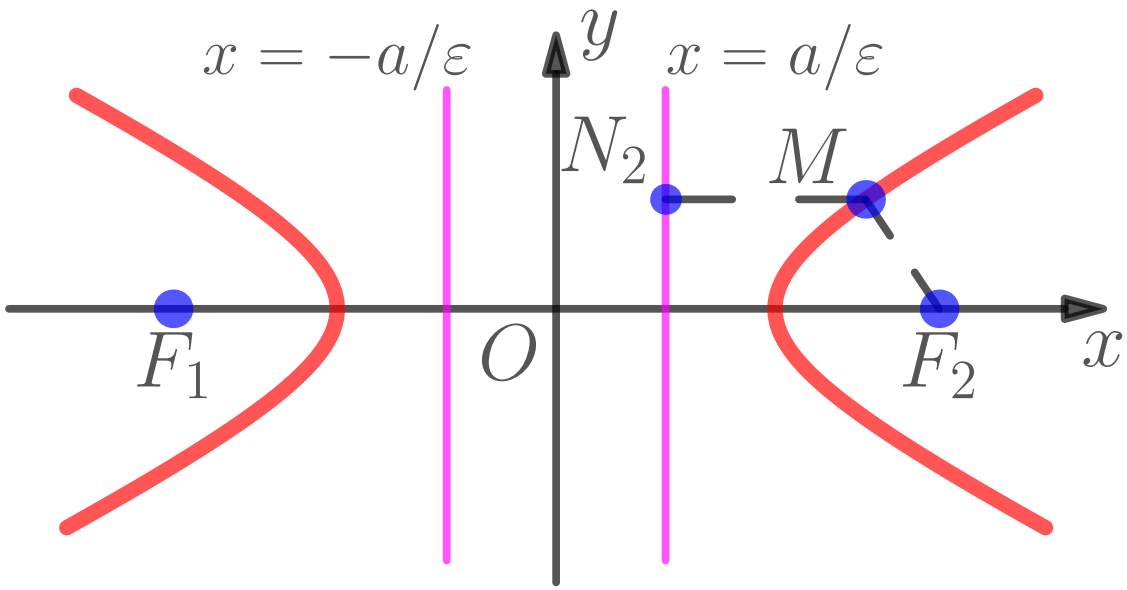


Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами гиперболы**

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,\ MF_2/MN_2 = \varepsilon,$$

Гипербола

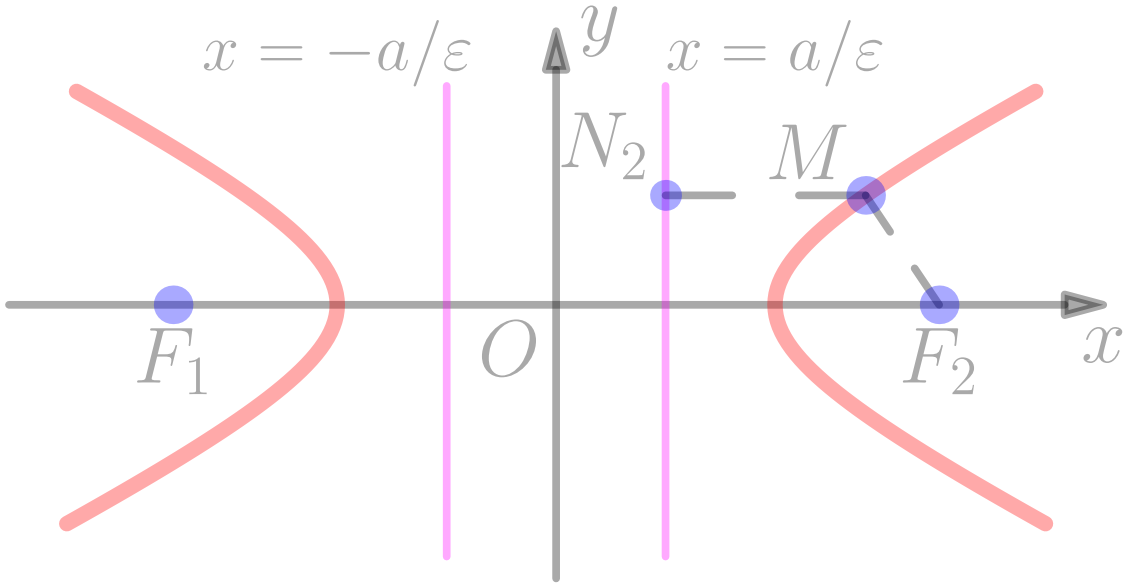


Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами гиперболы**

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,\ MF_2/MN_2 = \varepsilon,$$

Гипербола



Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами гиперболы**

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,\ MF_2/MN_2 = \varepsilon,$$

Гипербола

Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами гиперболы**

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,\ MF_2/MN_2 = \varepsilon,$$

Гипербола

Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами гиперболы**

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,\ MF_2/MN_2 = \varepsilon,$$

Гипербола

Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами гиперболы**

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,\ MF_2/MN_2 = \varepsilon,$$

Гипербола

Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами гиперболы**

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,\ MF_2/MN_2 = \varepsilon,$$

Гипербола

Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами гиперболы**

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,\ MF_2/MN_2 = \varepsilon,$$

Гипербола

Прямые $x = \pm a/\varepsilon$ называются **директрисами гиперболы**

Свойство директрис:

$$MF_1/MN_1 = \varepsilon,\ MF_2/MN_2 = \varepsilon,$$

т.е. отношение расстояния от любой точки гиперболы до фокуса к аналогичному расстоянию до директрисы, лежащей по ту же сторону от центра O, что и фокус, есть величина постоянная, равная эксцентриситету.

Гипербола

Уравнение

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$$

описывает **сопряженную гиперболу**.

Гипербола

Уравнение

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$$

описывает **сопряженную гиперболу**.

Действительная и мнимая оси обычной гиперболы являются, соответственно, мнимой и действительной осями сопряженной гиперболы,

Гипербола

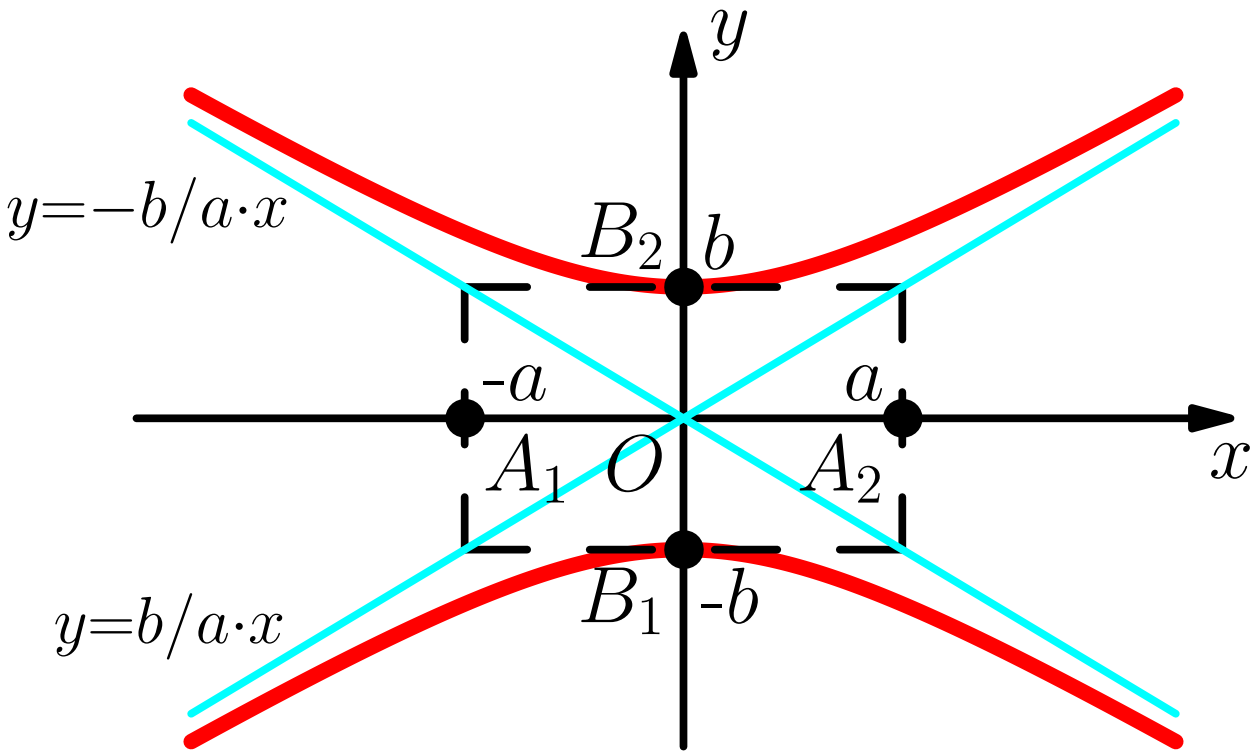
Уравнение

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$$

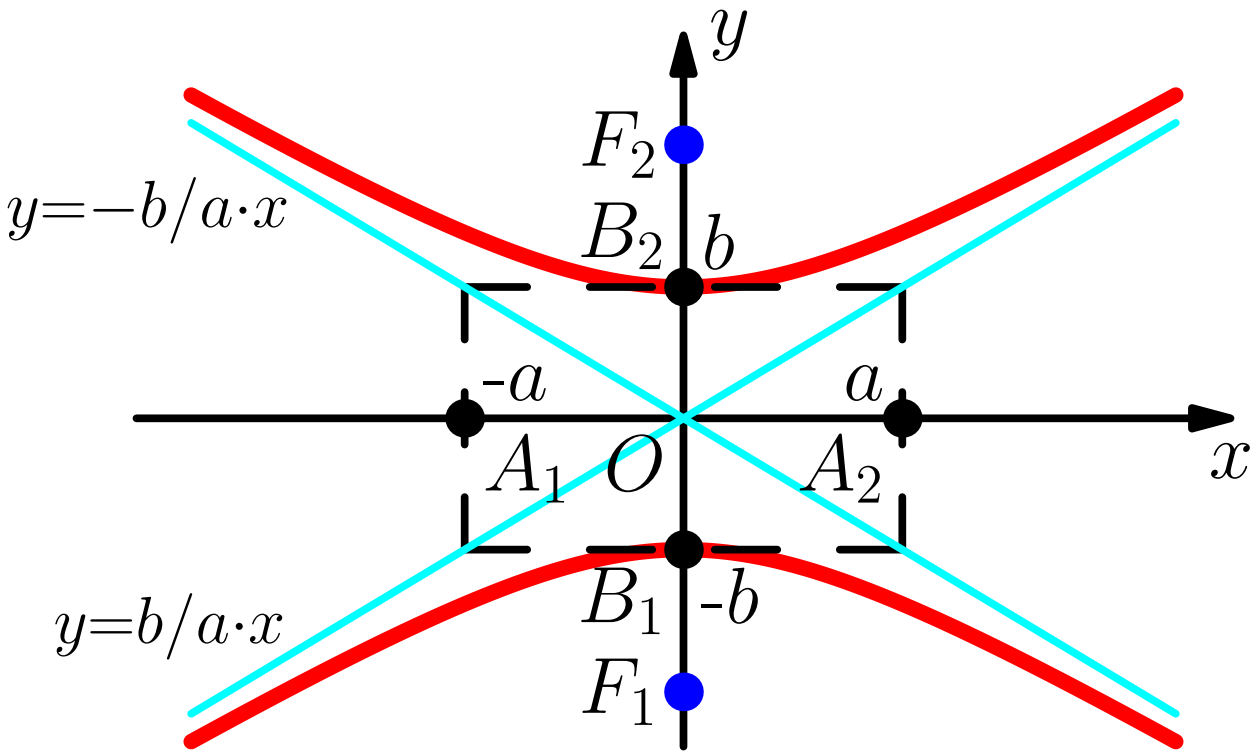
описывает **сопряженную гиперболу**.

Действительная и мнимая оси обычной гиперболы являются, соответственно, мнимой и действительной осями сопряженной гиперболы,а асимптоты у них общие.

Гипербола



Гипербола

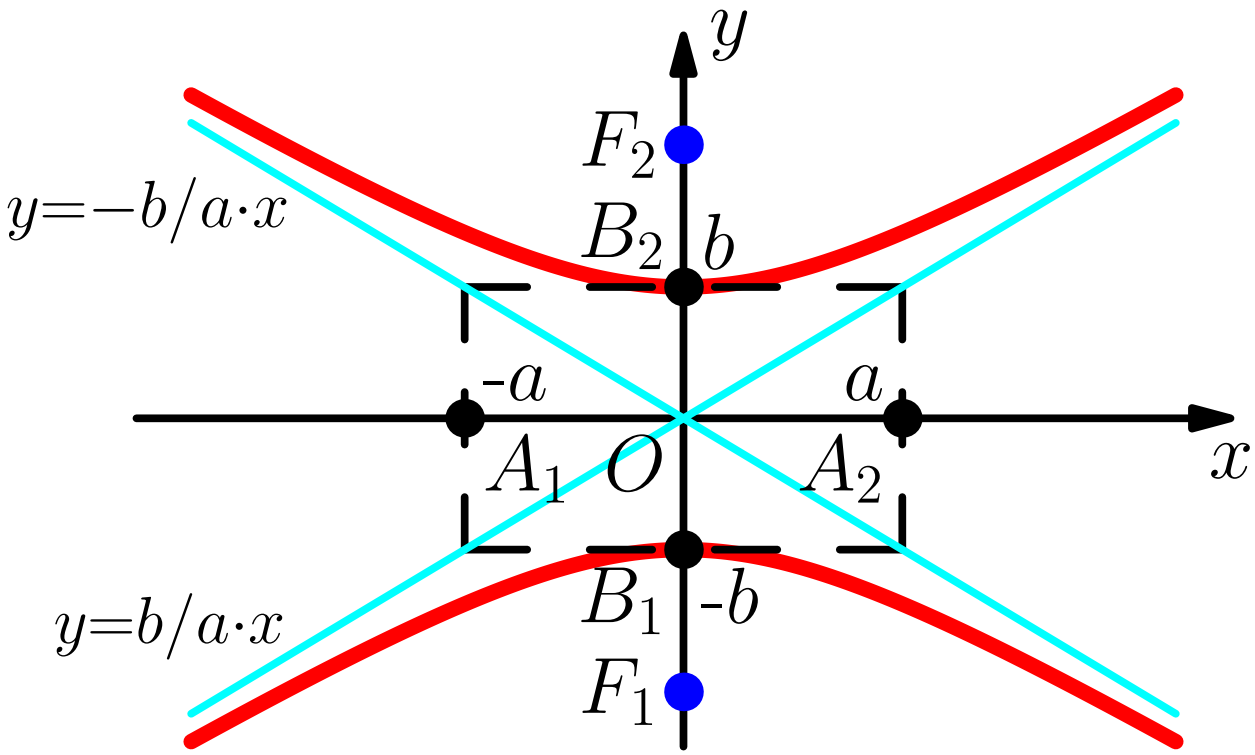


Фокусы сопряженной гиперболы

$$F_1(0, -c) \text{ и } F_2(0, c)$$

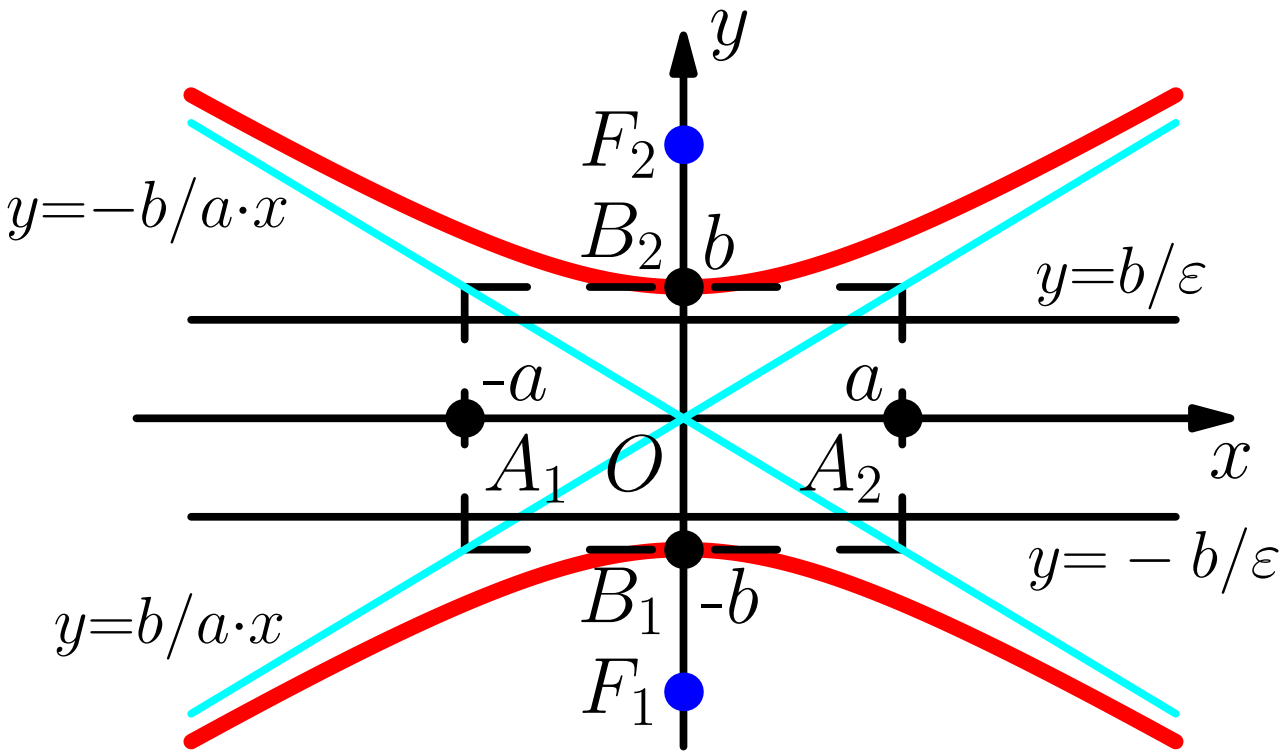
расположены на оси Oy,

Гипербола



эксцентриситет – $\varepsilon = c/b$,

Гипербола



эксцентриситет – $\varepsilon = c/b$,

уравнения директрис – $y = \pm b/\varepsilon$.

Гипербола

Если полуоси гиперболы равны $(a = b)$, то гипербола называется **равносторонней**. Ее каноническое уравнение

$$x^2 - y^2 = a^2.$$

Гипербола

Если полуоси гиперболы равны $(a = b)$, то гипербола называется **равносторонней**. Ее каноническое уравнение

$$x^2 - y^2 = a^2.$$

К вырожденным кривым второго порядка гиперболического типа относится **пара пересекающихся прямых**

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0.$$

Парабола

Парабола

Определение

Параболой называется множество точек плоскости,

Парабола

Определение

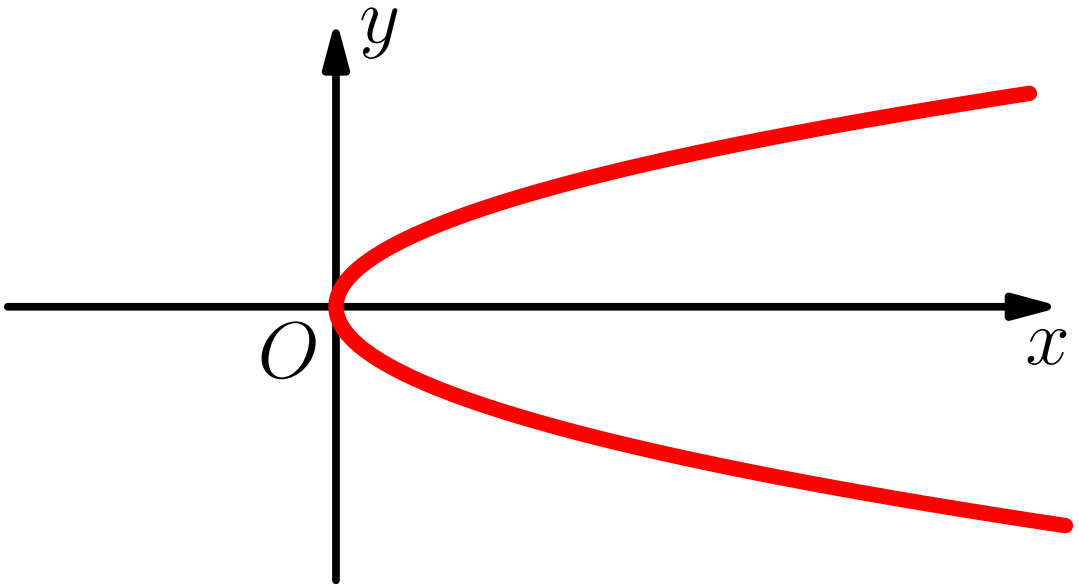
Параболой называется множество точек плоскости, каждая из которых одинаково удалена от данной точки, называемой **фокусом**, и данной прямой, называемой **директрисой**,

Парабола

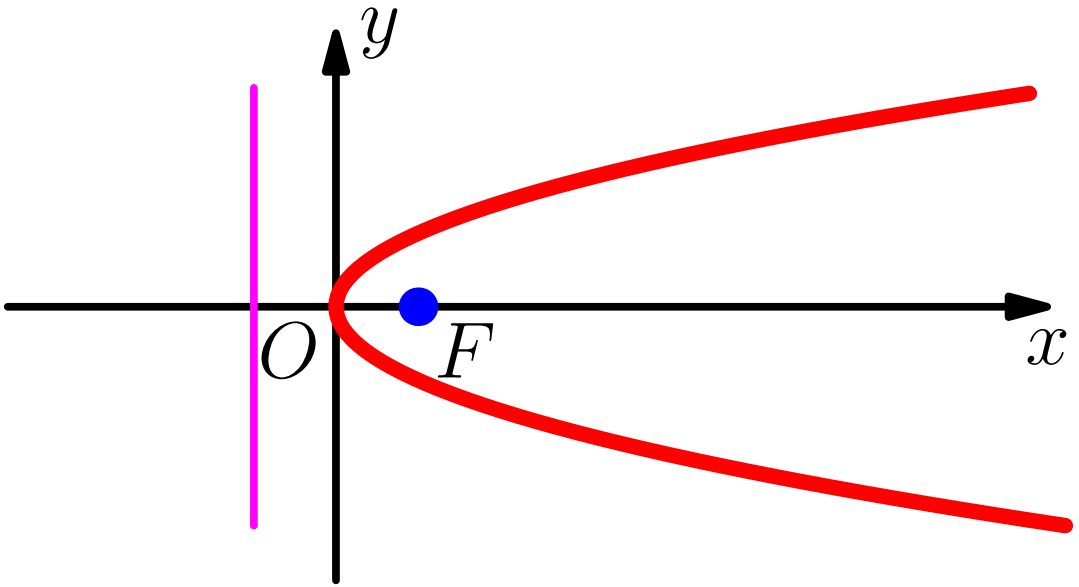
Определение

Параболой называется множество точек плоскости, каждая из которых одинаково удалена от данной точки, называемой **фокусом**, и данной прямой, называемой **директрисой**, при этом расстояние от фокуса до директрисы называется **параметром параболы** и обозначается p ($p > 0$).

Парабола

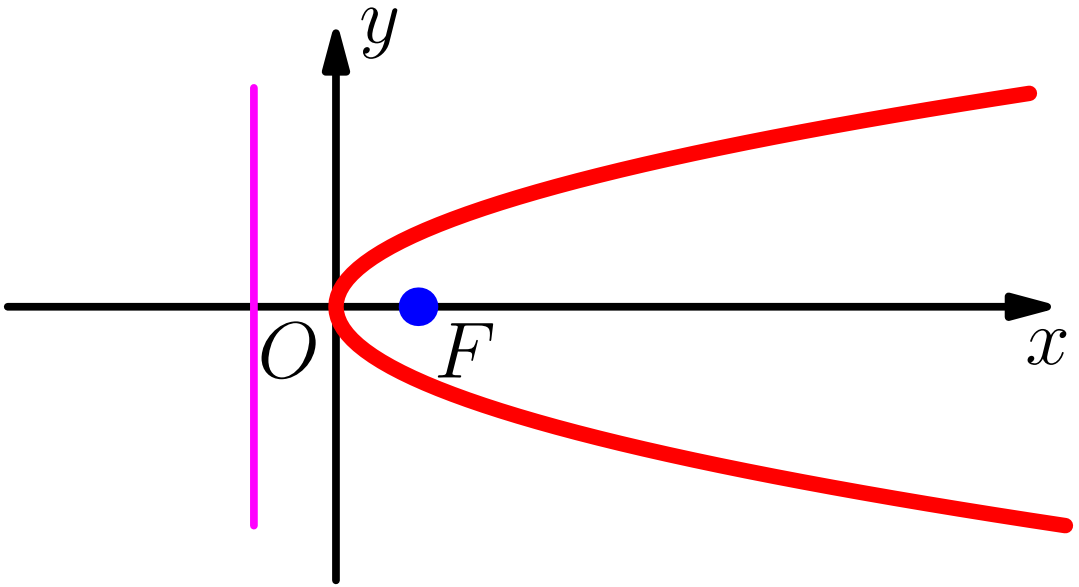


Парабола



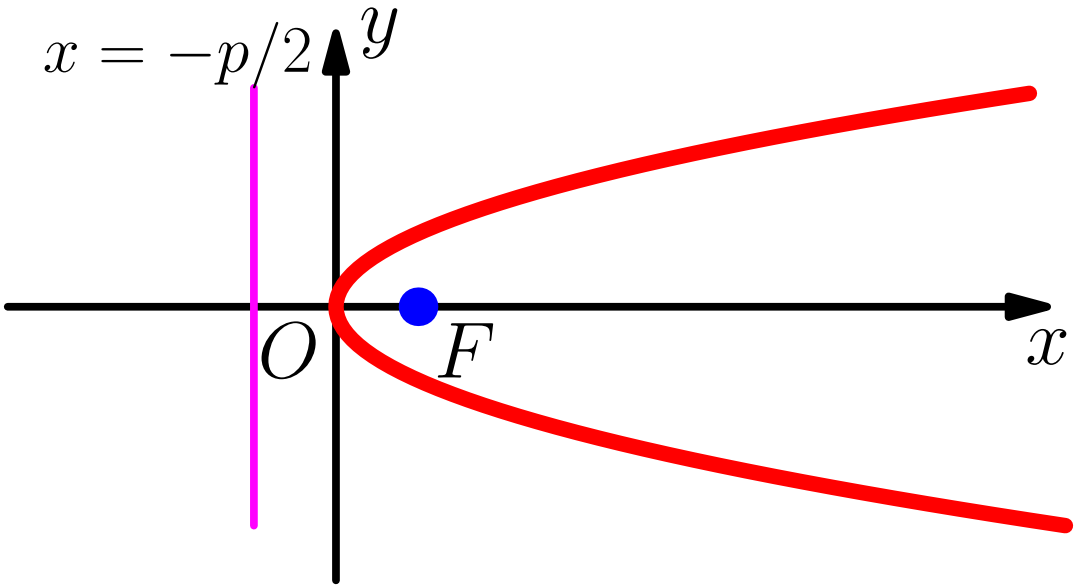
Расположим фокус параболы F на оси Ox, которая проходит перпендикулярно директрисе,

Парабола



Расположим фокус параболы F на оси Ox, которая проходит перпендикулярно директрисе, а начало координат O расположим посередине между фокусом и директрисой.

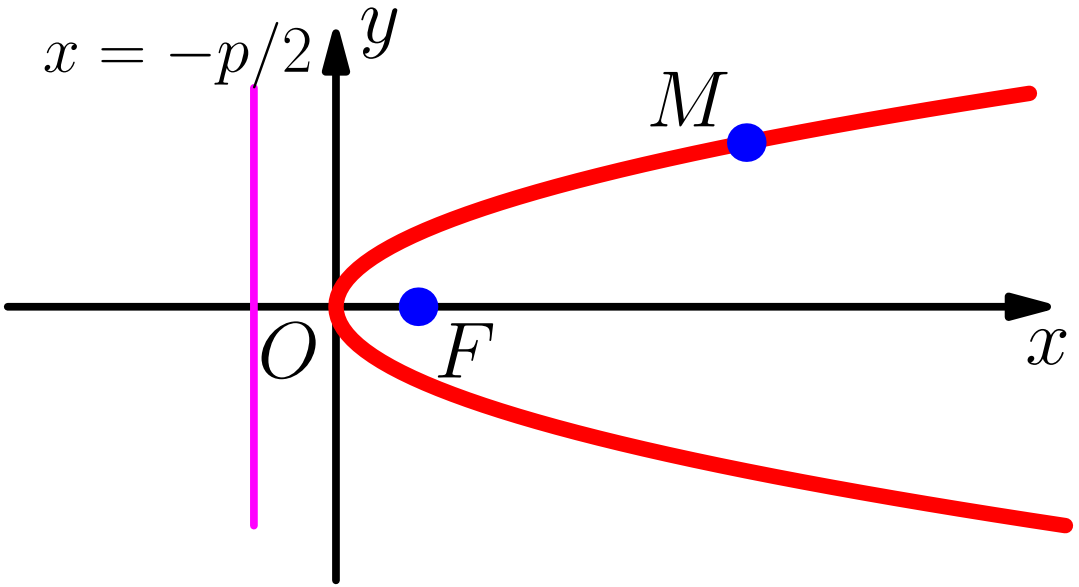
Парабола



$F(p/2, 0)$

Тогда имеем фокус $F(p/2, 0)$ и **уравнение директрисы** $x = -p/2$.

Парабола

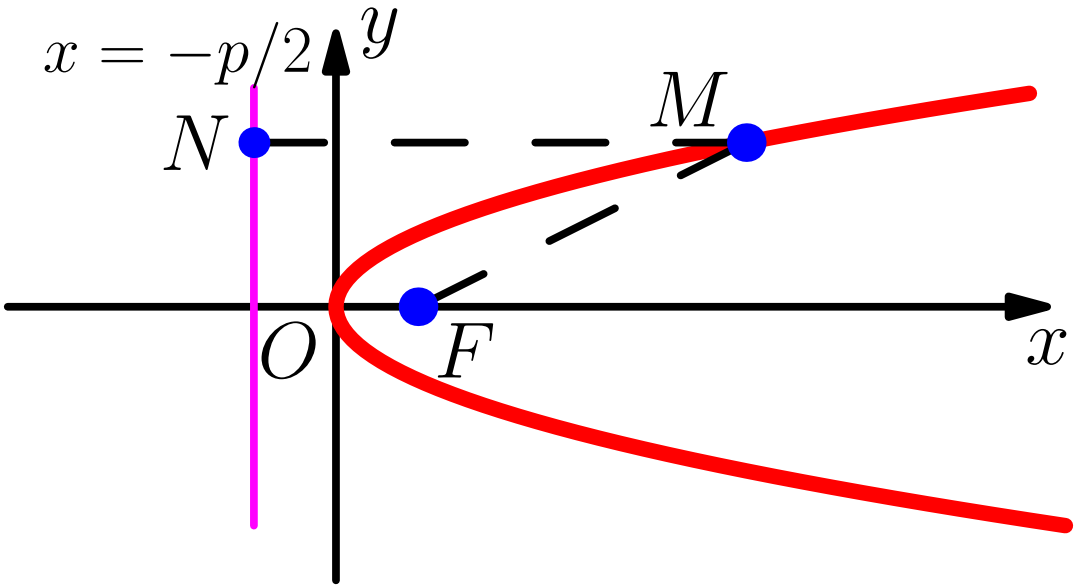


$F(p/2, 0)$

$M(x, y)$

Пусть $M(x, y)$ – произвольная точка параболы.

Парабола



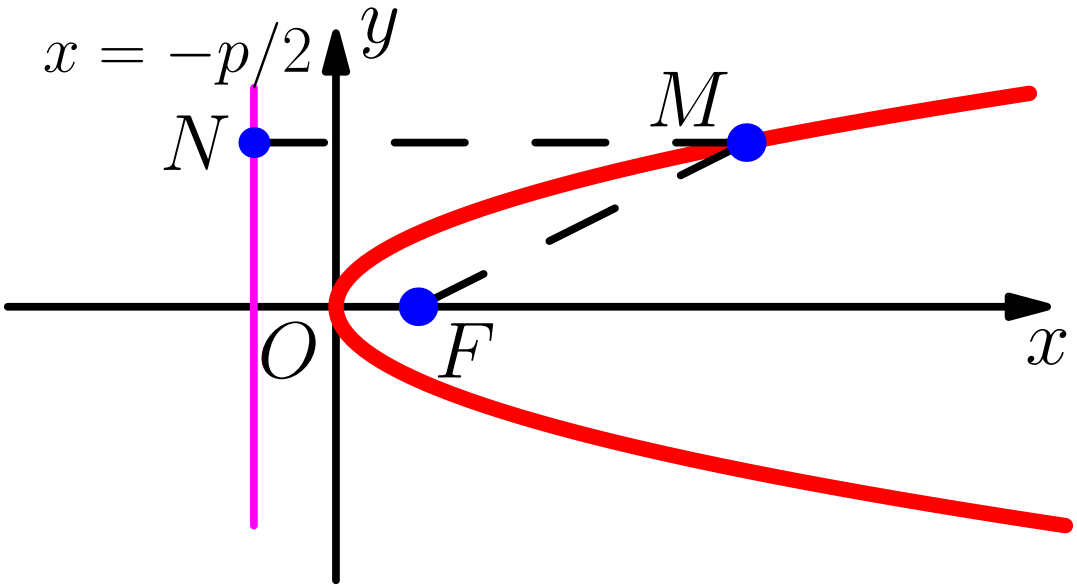
$F(p/2, 0)$

$M(x, y)$

Пусть $M(x, y)$ – произвольная точка параболы.

Тогда по определению $MF = MN$,

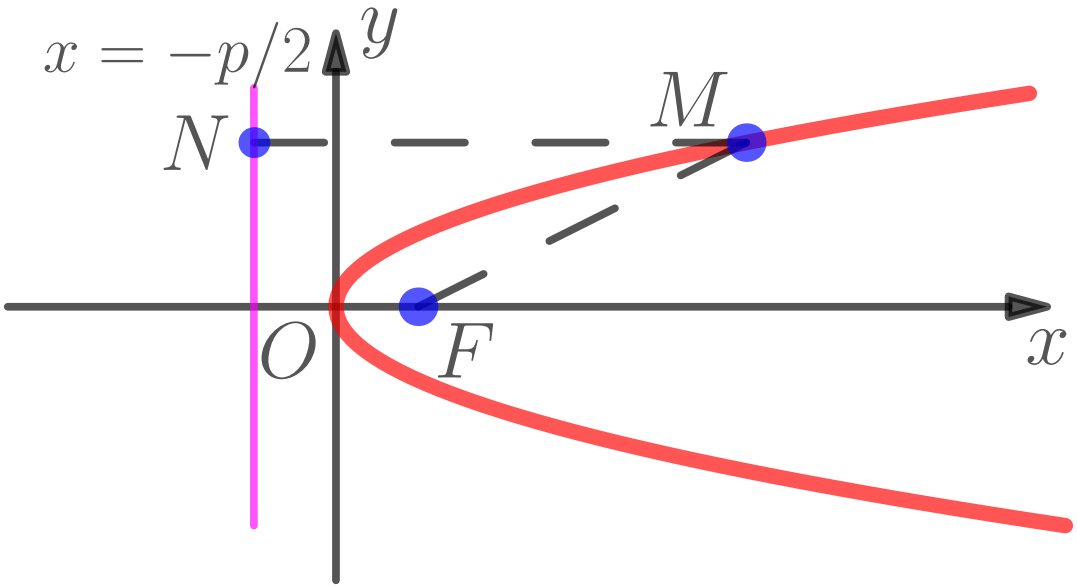
Парабола



$F(p/2, 0)$
$M(x, y)$
$N(-p/2, y)$

Пусть $M(x, y)$ – произвольная точка параболы. Тогда по определению $MF = MN$, где $N(-p/2, y)$ – основание перпендикуляра, опущенного из точки M на директрису.

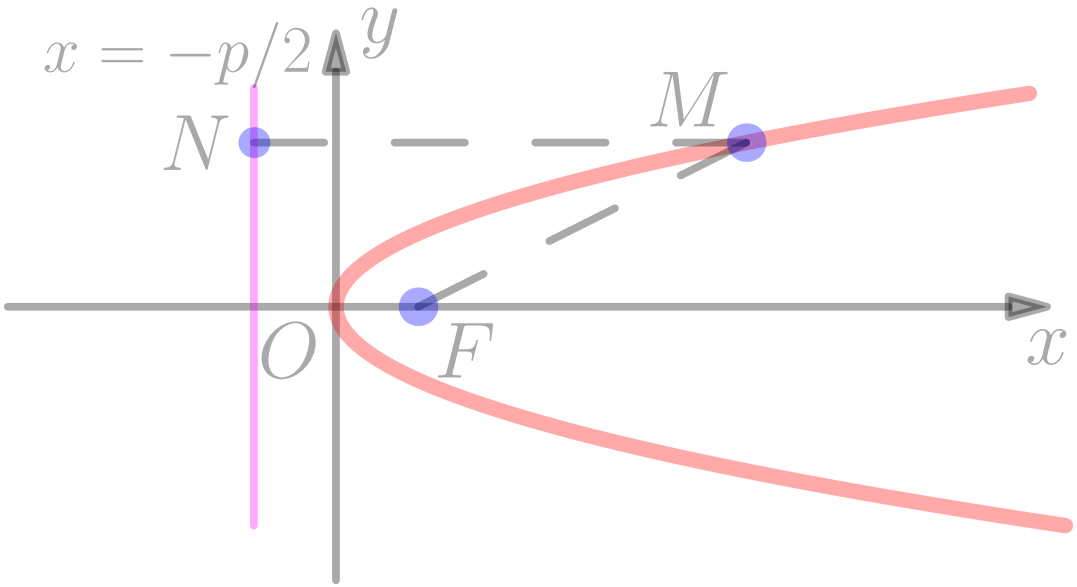
Парабола



$F(p/2, 0)$
$M(x, y)$
$N(-p/2, y)$

Пусть $M(x, y)$ – произвольная точка параболы. Тогда по определению $MF = MN$, где $N(-p/2, y)$ – основание перпендикуляра, опущенного из точки M на директрису.

Парабола



$F(p/2, 0)$
$M(x, y)$
$N(-p/2, y)$

Пусть $M(x, y)$ – произвольная точка параболы. Тогда по определению $MF = MN$, где $N(-p/2, y)$ – основание перпендикуляра, опущенного из точки M на директрису.

Парабола

$F(p/2, 0)$
$M(x, y)$
$N(-p/2, y)$

Пусть $M(x, y)$ – произвольная точка параболы. Тогда по определению $MF = MN$, где $N(-p/2, y)$ – основание перпендикуляра, опущенного из точки M на директрису.

Парабола

$F(p/2, 0)$,

$M(x, y)$
$N(-p/2, y)$

Пусть $M(x, y)$ – произвольная точка параболы. Тогда по определению $MF = MN$, где $N(-p/2, y)$ – основание перпендикуляра, опущенного из точки M на директрису.

Парабола

$F(p/2, 0)$, $M(x, y)$,

$N(-p/2, y)$

Пусть $M(x, y)$ – произвольная точка параболы. Тогда по определению $MF = MN$, где $N(-p/2, y)$ – основание перпендикуляра, опущенного из точки M на директрису.

Парабола

$F(p/2, 0)$, $M(x, y)$, $N(-p/2, y)$

Пусть $M(x, y)$ – произвольная точка параболы. Тогда по определению $MF = MN$, где $N(-p/2, y)$ – основание перпендикуляра, опущенного из точки M на директрису.

Парабола

$F(p/2, 0)$, $M(x, y)$, $N(-p/2, y)$

$$MF = MN$$

Парабола

$F(p/2, 0)$, $M(x, y)$, $N(-p/2, y)$

$$MF = MN$$

Парабола

$F(p/2, 0)$, $M(x, y)$, $N(-p/2, y)$

$$MF = MN$$

Парабола

$F(p/2, 0)$, $M(x, y)$, $N(-p/2, y)$

$$MF = MN$$

Парабола

$F(p/2, 0)$, $M(x, y)$, $N(-p/2, y)$

$$MF = MN$$

Парабола

$F(p/2, 0)$, $M(x, y)$, $N(-p/2, y)$

$$MF = MN$$

Отсюда по формуле расстояния между двумя точками получаем

$$\sqrt{\left(\frac{p}{2} - x\right)^2 + (0 - y)^2} = \sqrt{\left(-\frac{p}{2} - x\right)^2 + (y - y)^2}.$$

Парабола

$F(p/2, 0)$, $M(x, y)$, $N(-p/2, y)$

$$MF = MN$$

Отсюда по формуле расстояния между двумя точками получаем

$$\sqrt{\left(\frac{p}{2} - x\right)^2 + (0 - y)^2} = \sqrt{\left(-\frac{p}{2} - x\right)^2 + (y - y)^2}.$$

Парабола

$F(p/2, 0)$, $M(x, y)$, $N(-p/2, y)$

$$MF = MN$$

Отсюда по формуле расстояния между двумя точками получаем

$$\sqrt{\left(\frac{p}{2} - x\right)^2 + (0 - y)^2} = \sqrt{\left(-\frac{p}{2} - x\right)^2 + (y - y)^2}.$$

После возведения обеих частей равенства в квадрат получим **каноническое уравнение параболы**

$$y^2 = 2px.$$

Парабола

Полагают, что **эксцентриситет параболы**

$$\varepsilon = 1.$$

Парабола

Полагают, что **эксцентриситет параболы**

$$\varepsilon = 1.$$

Точку O называют **вершиной параболы**,

Парабола

Полагают, что **эксцентриситет параболы**

$$\varepsilon = 1.$$

Точку O называют **вершиной параболы**, а величину FM – **фокальным радиусом точки** M.

Уравнения

Парабола

Уравнения

$$y^2 = -2px,$$

Парабола

Уравнения

$$y^2 = -2px, \; x^2 = 2py$$

Парабола

Уравнения

$$y^2 = -2px,\ x^2 = 2py \text{ и } x^2 = -2py$$

Парабола

Уравнения

$$y^2 = -2px,\ x^2 = 2py \text{ и } x^2 = -2py$$

$$(p > 0)$$

Парабола

Уравнения

$$y^2 = -2px,\ x^2 = 2py \text{ и } x^2 = -2py$$
$$(p > 0)$$

также определяют параболы.

Парабола

К вырожденным кривым второго порядка параболического типа относятся

Парабола

К вырожденным кривым второго порядка параболического типа относятся **пара совпадающих прямых**

$$(y - c)^2 = 0,$$

Парабола

К вырожденным кривым второго порядка параболического типа относятся

пара совпадающих прямых

$$(y - c)^2 = 0,$$

пара параллельных прямых

$$y^2 = c^2,$$

Парабола

К вырожденным кривым второго порядка параболического типа относятся

пара совпадающих прямых

$$(y - c)^2 = 0,$$

пара параллельных прямых

$$y^2 = c^2,$$

пара мнимых параллельных прямых

$$y^2 = -c^2.$$