

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ
Модуль 1

Домашнее задание

Матричная алгебра

Общие методические указания:

- Домашнее задание выполняется по вариантам, номер которого соответствует номеру в списке журнала посещаемости занятий.
- Работу следует выполнять в отдельной тетради, на внешней стороне обложки которой должны быть указаны: фамилия и инициалы студента, выполнившего домашнее задание, шифр группы и наименование дисциплины и название домашнего задания.
- Решения задачи начинается с приведения полного текста задания.
- Решения всех задач и пояснения к ним должны быть достаточно подробными. Необходимо привести все вычисления, сделанные по ходу выполнения заданий, ответ.
- Работа над ошибками выполняется в конце работы. Исправления в тексте после проверки работы преподавателем не допускаются.

Критерии оценки: Домашнее задание считается сданным, если правильно решены все задачи. Число баллов, проставляемое за домашнее задание, зависит от количества ошибок, допущенных студентом в ходе выполнения работы, и числа попыток сдачи работы преподавателю до устранения всех ошибок. Итоговое число баллов домашнего задания 1 выбирается из диапазона 11-15.

ЗАДАНИЕ 1. НАЙТИ ЗНАЧЕНИЕ МАТРИЧНОГО МНОГОЧЛЕНА: (3 балла)

1. $D = -2A^2 - 5A^T + 7E$, если $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 2 & -5 \end{pmatrix}$.

2. $D = 3A^T + 5A^2 - 4E$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ -4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

3. $D = 2E - 8A^T + 6A^2$, если $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 6 \\ 2 & -2 & 4 \\ -4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$.

4. $D = -3A^2 - 6A^T + 8E$, если $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -4 \\ 0 & 6 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

5. $D = -4A^2 + 3A^T + 7E$, если $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ -3 & 0 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}$.

6. $D = -9A^2 + 2A^T - 6E$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

7. $D = 2A^2 + 2A^T + 3E$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

8. $D = 3A^2 + 7A^T - 4E$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ -2 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

9. $D = 3A^2 + 4A^T - 7E$, если $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ -4 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$.

10. $D = 7A^2 - 4A^T - 3E$, если $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ -1 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$$11. \quad D = 5A^2 + 3A^T - 2E, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & -4 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$12. \quad D = -6A^2 + 3E^T - A^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -5 & -1 & -5 \\ -2 & 0 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$13. \quad D = 5A^2 - 3A^T - 7E^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -3 & 4 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$14. \quad D = -2A^2 + 2A^T - 4E, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 \\ -2 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$15. \quad D = 7A^2 - 7A^T + 7E^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 4 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}.$$

ЗАДАНИЕ 2. ВЫЧИСЛИТЬ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА: (3 балла)

а) разложением по элементам какого-либо ряда;

б) сведением к треугольному виду.

$$1. \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 6 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ 7 & 3 & -3 & -2 \end{vmatrix} \cdot 2. \quad \begin{vmatrix} -2 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & -1 & -3 \\ 2 & -2 & -1 & 7 \\ 7 & 1 & 3 & -2 \end{vmatrix} \cdot 3. \quad \begin{vmatrix} 2 & -4 & -9 & -5 \\ 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -5 & 0 & 9 \\ -2 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} \cdot 4. \quad \begin{vmatrix} 1 & -2 & 5 & 7 \\ -2 & 1 & 1 & -3 \\ 4 & 0 & -2 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 5 \end{vmatrix}.$$

$$5. \quad \begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -2 & 2 \\ 1 & -2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -4 & -1 \end{vmatrix} \cdot 6. \quad \begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 & 1 \\ -3 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -2 & -1 \\ 2 & 5 & 0 & -2 \end{vmatrix} \cdot 7. \quad \begin{vmatrix} -2 & 2 & -1 & 7 \\ 1 & 2 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & 3 & -1 \\ 3 & 3 & -2 & -3 \end{vmatrix} \cdot 8. \quad \begin{vmatrix} 0 & 4 & 3 & 1 \\ -2 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 7 & -1 & 4 \\ 6 & -5 & 1 & -5 \end{vmatrix}.$$

$$9. \quad \begin{vmatrix} -1 & -4 & 6 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & -3 & 3 & 1 \end{vmatrix} \cdot 10. \quad \begin{vmatrix} 3 & -6 & -1 & 7 \\ 2 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & -3 \end{vmatrix} \cdot 11. \quad \begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & 2 & 6 \\ 1 & 0 & -1 & 7 \\ 6 & 1 & -3 & -2 \end{vmatrix} \cdot 12. \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 & 4 \\ -3 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 0 & -4 \\ 0 & -2 & -7 & -1 \end{vmatrix}.$$

$$13. \begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 5 & 3 \\ 5 & 2 & -1 & -4 \end{vmatrix} \cdot 14. \begin{vmatrix} 7 & -2 & 6 & 2 \\ -2 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -7 \end{vmatrix} \cdot 15. \begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 7 & 2 \\ 3 & -2 & 0 & -1 \end{vmatrix}.$$

ЗАДАНИЕ 3. РЕШИТЬ МАТРИЧНОЕ УРАВНЕНИЕ: (2 балла)

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 & 5 \\ 9 & -9 \end{pmatrix} \cdot 2. \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ 5 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$3. \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \cdot 4. \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 7 & -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$5. \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -7 & -2 \end{pmatrix} \cdot 6. \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -7 & 3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 7 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -17 & 2 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}.$$

$$7. \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ -8 & 0 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 7 & -6 \\ 9 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 8 & -7 \end{pmatrix} \cdot 8. \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ -8 & 6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -7 & -8 \\ 2 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$9. \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ -6 & 5 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -4 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 7 & -5 \end{pmatrix} \cdot 10. \begin{pmatrix} 8 & 9 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -4 & -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 7 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}.$$

$$11. \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 2 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ -8 & -1 \end{pmatrix} \cdot 12. \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -9 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ -6 & -6 \end{pmatrix}.$$

$$13. \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 6 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 7 & -5 \end{pmatrix} \cdot 14. \begin{pmatrix} 11 & 3 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 6 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$15. \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ -9 & 6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 7 & -9 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 9 & -5 \end{pmatrix}.$$

ЗАДАНИЕ 4. ИССЛЕДОВАТЬ СИСТЕМУ НА СОВМЕСТИМОСТЬ И РЕШИТЬ ЕЕ:

(3 балла)

а) по формулам Крамера;

б) матричным способом;

в) методом Гаусса.

$$1. \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -1, \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = -2. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -5, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -3. \end{cases} \quad 3. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 2, \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4, \\ x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -9. \end{cases} \quad 5. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 12, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases} \quad 6. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -11. \end{cases} \quad 8. \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases} \quad 9. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5. \end{cases} \quad 11. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - x_3 = -5, \\ 5x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -7, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases} \quad 12. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 8, \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6, \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5, \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2. \end{cases} \quad 14. \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9, \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12. \end{cases} \quad 15. \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -1. \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 5. ИССЛЕДОВАТЬ НА СОВМЕСТИМОСТЬ И РЕШИТЬ СИСТЕМУ: (2 балла)

$$1. \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_4 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 2. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 3, \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 5. \end{cases} \quad 3. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 = 10, \\ 2x_1 - 3x_2 - 7x_3 + 3x_4 = 5. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = -3, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 = -6, \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 = -8. \end{cases} \quad 5. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 3, \\ 5x_1 + 2x_2 - 5x_3 - 3x_4 = -1, \\ 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 + x_4 = 4. \end{cases} \quad 6. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 5, \\ x_1 + x_2 - 3x_3 - 2x_4 = -7, \\ 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = -9. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = -4, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 5, \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 2. \end{cases} \quad 8. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -5, \\ 4x_1 - x_2 - 4x_3 + x_4 = -1. \end{cases} \quad 9. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 5x_4 = 3, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 4x_4 = 3. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 4. \end{cases} \quad 11. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 5. \end{cases} \quad 12. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 5, \\ 5x_1 - 8x_2 + 17x_3 - 19x_4 = 5. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5. \end{cases} \quad 14. \begin{cases} x_1 - x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 8x_3 - 4x_4 = 1, \\ 4x_1 + 2x_2 + 19x_3 + x_4 = 8. \end{cases} \quad 15. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 7, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 6. НАЙТИ ФУНДАМЕНТАЛЬНУЮ СИСТЕМУ РЕШЕНИЙ И ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ОДНОРОДНЫХ УРАВНЕНИЙ: (2 балла)

$$1. \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 12x_4 - 43x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 - 4x_4 - 4x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 30x_4 - 22x_5 = 0, \\ 6x_1 + x_2 + x_3 + 20x_4 - 39x_5 = 0. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0, \\ -4x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - 12x_4 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 7x_3 + 20x_4 = 0. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 3x_1 - x_2 - 15x_3 + 4x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 13x_4 = 0, \\ 3x_2 + 2x_3 - 6x_4 + 19x_5 = 0. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 9x_1 + 3x_2 - 9x_3 - 24x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 8x_4 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 17x_3 - 13x_4 = 0. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 24x_3 - 15x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 6x_3 - 3x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 14x_3 - 9x_4 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - 29x_3 - 21x_4 = 0. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 5x_1 + x_2 - 8x_3 - 10x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 12x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 - 4x_4 = 0. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 - 6x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 25x_5 = 0, \\ -5x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 16x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 12x_5 = 0. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 + 6x_2 + x_3 + x_4 + 25x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - 4x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 - 6x_5 = 0. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 + 6x_2 + x_3 + x_4 + 25x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 10x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 - 7x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + x_3 + 12x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 - 10x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 - 14x_5 = 0. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 - 7x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + x_3 + 12x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 - 10x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 - 14x_5 = 0. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 12x_4 + 7x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + 12x_4 + 4x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 7x_4 + 20x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 4x_4 + 11x_5 = 0. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 - 10x_4 + 7x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + 16x_4 - 11x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 36x_4 + 47x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 20x_4 - 13x_5 = 0. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 + 5x_5 = 0, \\ 7x_1 + 10x_2 + x_3 + 6x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases}$$