

## Вариант 01

1. Определение правой тройки векторов. Определение векторного произведения, его свойства, геометрический смысл. Необходимое и достаточное условия коллинеарности 2-х векторов. Формула вычисления в координатах. (6 баллов)

2. Упростить:  $3\vec{a} \times (\vec{b} + 2\vec{c}) + \vec{c} \times (5\vec{a} - 2\vec{c})$ . (4 балла)

3. Дано:  $\vec{a} = 4\vec{m} - 6\vec{n}$ ,  $\vec{b} = -2\vec{m} + 4\vec{n}$ ,  $|\vec{m}| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $|\vec{n}| = \frac{2}{3}$ ,

$(\widehat{\vec{m}, \vec{n}}) = \frac{\pi}{3}$ . Найти:  $np_{\vec{a}}\vec{b}$ . (5 баллов)

4. Даны три вершины одного основания параллелепипеда:  $A(1, 2, -3)$ ,  $B(2, 1, -4)$ ,  $C(0, -2, 4)$  и вершина другого основания  $F(0, 4, 0)$ . Найти длину его высоты, опущенной из точки  $F$  на плоскость  $ABC$ . (5 баллов)

5. Установить, компланарны ли векторы  $\vec{a} = (3, -1, 0)$ ,  $\vec{b} = (2, 1, -4)$ ,  $\vec{c} = (3, -4, 7)$ ? (4 балла)

6. Даны векторы  $\vec{a} = (0, 1, 3)$ ,  $\vec{b} = (-2, 3, 1)$ ,  $\vec{c} = (4, -1, 0)$ ,  $\vec{d} = (2, 1, 4)$  в некотором базисе. Показать, что векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  образуют базис и найти координаты вектора  $\vec{d}$  в этом базисе. (6 баллов)

## Вариант 02

1. Определение смешанного произведения трех векторов. Свойства смешанного произведения, его вычисление в координатной форме. Условие компланарности трех векторов. Вычисление объема параллелепипеда и тетраэдра. (6 баллов)

2. Упростить:  $(-2\vec{a} + 5\vec{b}) \cdot ((4\vec{b} + 3\vec{c}) \times \vec{c}) + 2\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c})$ . (4 балла)

3. В параллелограмме  $ABCD$  найти длину его диагонали  $BD$ , если известно, что  $\overline{AB} = \frac{3}{2}\vec{a} - \vec{b}$ ,

$\overline{AD} = \frac{\vec{b}}{3}$ ,  $|\vec{a}| = \frac{1}{3\sqrt{2}}$ ,  $|\vec{b}| = 1$ ,  $(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = \frac{\pi}{4}$ . (5 баллов)

4. Векторы  $\vec{a} = l\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{j} + \vec{k}$  и  $\vec{c} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$  компланарны. Найти  $l$ . (4 балла)

5. Найти площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{a} = 5\vec{m} - \vec{n}$  и  $\vec{b} = 3\vec{m} + 4\vec{n}$ , где  $|\vec{m}| = 1$ ,  $|\vec{n}| = \sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\vec{m}, \vec{n}}) = \frac{\pi}{6}$ . (5 баллов)

6. Вершины тетраэдра находятся в точках  $A(2, 3, 1)$ ,  $B(4, 1, -2)$ ,  $C(6, 3, 7)$ ,  $D(-5, -4, 3)$ . Найти объем тетраэдра и высоту, опущенную из вершины  $D$ . (6 баллов)