

# Математический анализ

## Аннотации лекций

**Модуль 1.** Элементарные функции и пределы числовых последовательностей

### Лекция 1.1

Логические символы. Виды чисел. Прямая и обратная теоремы. Необходимое и достаточное условия. Расширенное множество действительных чисел. Типы промежутков. Ограниченное и неограниченное множества. Точная верхняя и точная нижняя грани.

### Лекция 1.2

Принцип вложенных отрезков. Числовая функция. Основные элементарные функции. Элементарная функция. Числовая последовательность и ее предел. Арифметические свойства конечных пределов.

### Лекция 1.3

Необходимое и достаточное условия сходимости. Бесконечно большая последовательность. Бесконечно малая последовательность. Теоремы о конечных и бесконечных пределах. Число  $\epsilon$  и гиперболические функции.

**Модуль 2.** Пределы и непрерывность функций одной переменной

### Лекция 2.1

Окрестность точки. Типы стремления переменной к точке. Предел функции в терминах последовательностей, окрестностей и неравенств. Арифметические свойства пределов. Односторонние пределы.

### Лекция 2.2

Общие свойства пределов. Первый замечательный предел и его следствия. Второй замечательный предел и его следствия. Бесконечно малые функции. Бесконечно большие функции.

### **Лекция 2.3**

Сравнение функций.  $O$ -большое и  $o$ -малое. Эквивалентные функции и их применение к вычислению предела. Таблица эквивалентных бесконечно малых функций.

### **Лекция 2.4**

Непрерывность функций. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных в точке.

### **Лекция 2.5**

Свойства функций, непрерывных в точке (продолжение). Непрерывность функции на промежутке. Наклонные и вертикальные асимптоты графика функции.

## **Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

### **Лекция 3.1**

Производная функции, ее геометрический смысл. Односторонние производные, их связь с двусторонней производной. Дифференцируемость функции. Свойства дифференцируемых функций. Дифференциал функции, его геометрический смысл.

#### **Текст 3.1** для самостоятельного изучения

Производные основных элементарных функций. Правила нахождения производных. Правила вычисления дифференциала. Приближенные вычисления значений функции с помощью дифференциала. Инвариантность формы дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Физический смысл первой и второй производных.

### **Лекция 3.2**

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Правило Лопиталья. Порядок роста функции.

### **Лекция 3.3**

Формула Тейлора. Формула Маклорена. Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора. Монотонные функции. Экстремум функции.

**Текст 3.2** для самостоятельного изучения

Разложение некоторых элементарных функций по формуле Маклорена. Вычисление пределов по формуле Тейлора.

### **Лекция 3.4**

Условия существования экстремума. Выпуклость функции. Точки перегиба. Схема полного исследования функции.

## **Модуль 4. Функции нескольких переменных**

### **Лекция 4.1**

Понятие функции нескольких переменных. Предел и непрерывность. Частные производные первого порядка. Дифференцируемость.

**Текст 4.1** для самостоятельного изучения

Типы множеств в  $n$ -мерном пространстве. Приближенные вычисления значений функций. Частные производные высших порядков.

### **Лекция 4.2**

Производная сложной функции (теорема и наиболее распространенные частные случаи). Дифференциал и инвариантность его формы. Дифференциалы высших порядков. Задача о полном дифференциале.

**Текст 4.2** для самостоятельного изучения

Неявные функции, системы неявных функций и их производные. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Производная по направлению и градиент.

### **Лекция 4.3**

Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие. Достаточные условия по второму дифференциалу и угловым минорам. Пошаговые алгоритмы поиска точек экстремума для функций двух и трех

переменных.

**Текст 4.3** для самостоятельного изучения

Задача на условный экстремум. Необходимое и достаточное условия условного экстремума. Пошаговый алгоритм поиска условного экстремума функции двух переменных с одним ограничением. Наибольшее и наименьшее значения функции на замкнутом ограниченном множестве.

**Лекция 4.4**

Векторная функция скалярного аргумента, ее предел и производная. Векторная функция постоянной длины.

**Текст 4.4** для самостоятельного изучения

Элементы теории кривых. Кривизна и радиус кривизны плоской кривой.