

**КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН**  
дисциплины «Аналитическая геометрия»  
для студентов 1 курса 1 семестра 2021-22 учебного года  
УЦ1-11, УЦ1-12, УЦ6-11

*ЛИТЕРАТУРА*

*Основная учебная литература (ОЛ)*

1. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Аналитическая геометрия (серия «Математика в техническом университете», выпуск 3). – М., Изд. МГТУ, 2007. – 387 с.
2. Сборник задач по математике для втузов. Ч.1. Линейная алгебра и основы математического анализа: Учеб. пособие для втузов / Под ред. А.В. Ефимова, Б.П. Демидовича. – М.: Наука, 1993. – 480 с.

*Дополнительная учебная литература (ДЛ)*

3. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. – М., Лань, 2007. – 431 с.
4. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. Т.1 – М.: Интеграл-Пресс, 2006. – 416 с.

*Методические пособия, изданные в МГТУ (МП)*

5. Агеев О.Н., Гласко А.В., Покровский И.Л. Матрицы и определители. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.
6. Гласко А.В., Покровский И.Л., Станцо В.В. Системы линейных алгебраических уравнений. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 61 с.
7. Галкин С.В. Матрицы и определители, решение систем. – М.: МВТУ, 1988. – 45 с.
8. Пелевина А.Ф., Зорина И.Г. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 46 с.
9. Векторная алгебра и аналитическая геометрия / Под ред. В.Ф. Панова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1989.
10. Агаева Э.И., Сперанская Р.Ф. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. – 60 с.
11. Дубоград И.В., Леванков В.И., Максимова Е.В. Методические указания к выполнению домашнего задания по теме “Кривые второго порядка”. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 52 с.
12. Бархатова О.А., Садыхов Г.С. Поверхности второго порядка. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – 40 с.

**ЛЕКЦИИ**

**МОДУЛЬ 1: МАТРИЧНАЯ АЛГЕБРА. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА**

**Лекция 1.1.** Матрицы. Виды матриц. Равенство матриц. Линейные операции над матрицами (сложение матриц и умножение матрицы на число) и их свойства. Нелинейные операции над матрицами (умножение матриц и транспонирование матрицы) и их свойства. Элементарные преобразования матриц. Эквивалентные матрицы.

**Лекция 1.2.** Вырожденные и невырожденные матрицы. Присоединенная матрица. Обратная матрица, ее единственность, критерий ее существования. Вычисление обратной матрицы с помощью присоединенной матрицы и с помощью элементарных преобразований. Решение матричных уравнений  $AX=C$ ,  $XB=C$ ,  $AXB=C$  с невырожденными матрицами  $A$  и  $B$ .

**Лекция 1.3.** Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ): координатная и матричная формы записи. Основные понятия: общее и частное решения, совместная и несовместная СЛАУ, однородная и неоднородная СЛАУ, определенная и неопределенная СЛАУ, базисные и свободные неизвестные. Критерий Кронекера – Капелли совместности СЛАУ. Зависимость количества решений совместной СЛАУ от ранга ее матрицы. Решение квадратных СЛАУ матричным методом и по формулам Крамера. Решение произвольных СЛАУ методом Гаусса.

**Лекция 1.4.** Скалярные и векторные величины. Геометрический вектор. Свободные, скользящие и связанные вектора. Длина вектора. Противоположный вектор. Нулевой и единичный вектора. Орт вектора. Угол между двумя векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Равенство векторов. Линейные операции над векторами (сложение двух векторов и умножение вектора на число) и их свойства. Линейная зависимость векторов, критерий линейной зависимости и свойства систем линейно зависимых и независимых векторов.

**Лекция 1.5.** Правые и левые тройки векторов, ориентация базиса. Векторное произведение двух векторов, его геометрический и механический смысл. Алгебраические и геометрические свойства векторного произведения. Вычисление векторного произведения в ортонормированном базисе. Смешанное произведение векторов, его алгебраические и геометрические свойства. Вычисление смешанного произведения в ортонормированном базисе. Определение ориентации тройки векторов по знаку смешанного произведения, вычисление объема параллелепипеда и треугольной пирамиды (тетраэдра).

## **МОДУЛЬ 2: АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА И МНОГОЧЛЕНЫ**

**Лекция 2.1.** Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно заданному вектору. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки, не лежащие на одной прямой. Уравнение плоскости "в отрезках". Взаимное расположение двух плоскостей. Угол между двумя плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.

**Лекция 2.2.** Линии второго порядка на плоскости: эллипс, гипербола, парабола. Определение, общие характеристики. Каноническое уравнение, исследование формы. Эксцентриситет, директрисы. Общее уравнение кривой.

**Лекция 2.3.** Комплексные числа: алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Геометрическое изображение комплексных чисел. Действия над комплексными числами: сложение, вычитание, деление, возведение в степень, извлечение корня. Формулы Эйлера и Муавра. Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом.

## **МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ**

### **МОДУЛЬ 1: МАТРИЧНАЯ АЛГЕБРА. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА**

**Текст 1.1 (после лекции 1.1).** Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей 1-ого, 2-ого и 3-его порядков. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения элементов квадратной матрицы. Вычисление определителя произвольного порядка путем его разложения по элементам строки или столбца (теорема разложения). Теорема аннулирования.

**Текст 1.2 (после лекции 1.2).** Линейная зависимость строк и столбцов матрицы. Минор матрицы, базисный минор матрицы. Базисные строки и столбцы. Теорема о базисном миноре и её следствие. Ранг матрицы и его свойства. Теорема о ранге матрицы и её следствие. Способы вычисления ранга матрицы: метод окаймляющих миноров, метод элементарных преобразований. Теорема об окаймляющих минорах. Теорема о ранге матрицы при

элементарных преобразованиях. Ступенчатая матрица. Теорема о ранге ступенчатой матрицы.

**Текст 1.3 (после лекции 1.3).** Однородные СЛАУ, их совместность. Критерий существования ненулевого решения однородной СЛАУ, его следствие для квадратных систем. Свойства решений однородной СЛАУ. Фундаментальная система решений однородной СЛАУ. Структура общего решения однородной СЛАУ. Структура общего решения неоднородной СЛАУ.

**Текст 1.4 (после лекции 1.4).** Базис, виды базисов (ортогональный и ортонормированный). Разложение вектора в заданном базисе и его координаты в этом базисе. Ортогональная проекция вектора на ось и ее свойства. Разложение вектора по ортам координатных осей. Направляющие косинусы. Действия над векторами, заданными своими координатами. Скалярное произведение двух векторов, его алгебраические и геометрические свойства. Механический смысл скалярного произведения. Вычисление скалярного произведения в ортонормированном базисе. Приложения скалярного произведения (угол между векторами, проекция вектора на заданное направление, модуль вектора).

## **МОДУЛЬ 2: АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА И МНОГОЧЛЕНЫ**

**Текст 2.1 (после лекции 1.5).** Декартова прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Координаты точки. Формулы для расстояния между двумя точками и деления отрезка в данном отношении. Прямая на плоскости, её направляющий и нормальный векторы. Различные виды уравнения прямой на плоскости: прямая с угловым коэффициентом, параметрические уравнения, каноническое уравнение, уравнение в отрезках, общее уравнение. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Нахождение угла между прямыми.

**Текст 2.2 (после лекции 2.1).** Уравнения прямой в пространстве: как линии пересечения двух плоскостей (общие уравнения прямой в пространстве), канонические и параметрические уравнения, уравнения прямой, проходящей через две заданные точки. Исследование взаимного расположения прямой и плоскости, двух прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми, угол между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми. Расстояние между прямой и плоскостью. Пересечение прямой и плоскости.

**Текст 2.3 (после лекции 2.2).** Поверхности второго порядка. Общее уравнение поверхности второго порядка. Канонические уравнения и вид поверхностей: эллипсоида, однополостного гиперболоида, двуполостного гиперболоида, эллиптического параболоида, гиперболического параболоида. Цилиндрические поверхности, конические поверхности.

**Текст 2.4 (после лекции 2.3).** Многочлены в действительной и комплексной областях. Теорема о тождестве двух многочленов, принимающих равные значения в бесконечном числе точек. Корень многочлена и его кратность. Основная теорема алгебры. Разложение многочленов с комплексными и действительными коэффициентами на неприводимые множители. Деление с остатком, теорема Безу. Теорема о рациональном корне.

## **ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ**

### **МОДУЛЬ 1: МАТРИЧНАЯ АЛГЕБРА. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА**

**Занятия 1-2.** Матрицы. Линейные операции с матрицами. Умножение матриц.

Ауд: ОЛ - 2. №№ 3.76, 3.78, 3.80, 3.81, 3.83, 3.86, 3.87; 3.90, 3.91, 3.93, 3.103

Дома: ОЛ - 2. №№ 3.79, 3.82, 3.84, 3.85, 3.89, 3.92; 3.95, 3.104

**Занятие 3.** Вычисление определителей. Миноры и алгебраические дополнения матрицы.

Ауд:

I. Вычислить определители второго порядка:

1.  $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{vmatrix}$ ; 2.  $\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$ .

II. Вычислить определители третьего порядка по правилу треугольников:

1.  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ ; 2.  $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & -3 \end{vmatrix}$ ; 3.  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$ .

III. Вычислить все миноры определителя  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ .

IV. Вычислить все алгебраические дополнения определителя  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ .

V. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$  разложением по элементам: а) первой строки; б)

второго столбца.

VI. ОЛ - 2. №№ 3.50, 3.52, 3.55, 3.61

Дома: ОЛ - 2. №№ 3.51, 3.53, 3.56, 3.57, 3.62

**Занятия 4-5.** Обратная матрица, методы ее нахождения. Решение матричных уравнений.

Ауд: ОЛ - 2. №№ 3.106, 3.109, 3.115, 3.119; 3.121, 3.122, 3.123, 3.128

Дома: ОЛ - 2. №№ 3.107, 3.108, 3.110, 3.114, 3.116; 3.124, 3.125, 3.127

**Занятие 6.** Элементарные преобразования над матрицами. Ранг матрицы.

Ауд: ОЛ - 2. №№ 3.150, 3.152, 3.163, 3.156, 3.165, 3.167

Дома: ОЛ - 2. №№ 3.151, 3.153, 3.164, 3.157, 3.166, 3.168, 3.169

**Занятие 7.** Решение определенных систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера.

Ауд: ОЛ - 2. №№ 3.187, 3.191, 3.192 (двумя способами), 3.198 (с помощью обратной матрицы), 3.196

Дома: ОЛ - 2. №№ 3.188, 3.190, 3.193, 3.199 (с помощью обратной матрицы)

**Занятия 8-9.** Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

Ауд: ОЛ - 2. №№ 3.206, 3.208, 3.210, 3.212, 3.218; 3.223, 3.225, 3.227, 3.236

Дома: ОЛ - 2. №№ 3.207, 3.209, 3.211, 3.213, 3.214, 3.219; 3.224, 3.226, 3.237

**Занятия 10-11.** Линейные операции над векторами. Разложение вектора по базису. Ортогональная проекция вектора на направление другого вектора

Ауд: I. ОЛ - 2. №№ 2.3(а, б), 2.4, 2.8, 2.19, 2.22, 2.26(а); 2.40, 2.35, 2.36

II. При каких  $\alpha$  и  $\beta$  векторы  $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \alpha\vec{k}$  и  $\vec{b} = \beta\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$  коллинеарны?

III. ОЛ - 2. №№ 2.43, 2.37, 2.38

Дома: I. ОЛ - 2. №№ 2.3(в), 2.7, 2.9, 2.10, 2.17, 2.20, 2.23, 2.26(б); 2.39, 2.42, 2.46, 2.44

II. 1. Разложить вектор  $\vec{c} = (9; 4)$  по векторам  $\vec{a} = (2; 1)$  и  $\vec{b} = (2; -3)$ , предварительно убедившись, что векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют базис.

2. Представить вектор  $\vec{d} = (4; 12; -3)$ , как линейную комбинацию векторов  $\vec{a} = (2; 3; 1)$ ,  $\vec{b} = (5; 7; 0)$ ,  $\vec{c} = (3; -2; 4)$ .

**Занятие 12.** Скалярное произведение векторов и его свойства.

Ауд: ОЛ - 2. №№ 2.65, 2.66, 2.67, 2.70, 2.78(б,д), 2.80, 2.81(а), 2.88, 2.84

Дома: ОЛ - 2. №№ 2.68, 2.72, 2.74, 2.78(а,в-е, ж-и), 2.81(б), 2.83, 2.89

**Занятия 13-14.** Векторное и смешанное произведения векторов и их свойства.

Ауд: ОЛ - 2. №№ 2.98(а,б), 2.100(а,б), 2.102, 2.106(а,б), 2.108, 2.109, 2.110, 2.115; 2.124, 2.126, 2.127(а), 2.135(б), 2.136(а), 2.134, 2.140(в)

Дома: ОЛ - 2. №№ 2.98(в), 2.100(в,г), 2.106(в), 2.107, 2.111, 2.112, 2.116; 2.125, 2.127(б), 2.130, 2.133, 2.135(а), 2.136(б), 2.137, 2.140(а,б)

**Занятие 15.** Рубежный контроль «Векторная алгебра»

## МОДУЛЬ 2: АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА И МНОГОЧЛЕНЫ

**Занятия 16-17.** Прямая на плоскости. Плоскость в пространстве.

Ауд: ОЛ - 2. №№ 2.141(а), 2.144(а), 2.145, 2.146, 2.150(а); 2.180(а), 2.181(а), 2.182(а), 2.183(а), 2.185, 2.190, 2.192(а)

Дома: ОЛ - 2. №№ 2.141(б), 2.142 (б), 2.143(б), 2.144(б), 2.147, 2.148, 2.150(б); 2.180(б), 2.181(б), 2.182(б), 2.183(б) 2.184(б), 2.186, 2.187, 2.193(б), 2.195

**Занятия 18-19.** Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.

Ауд: ОЛ - 2. №№ 2.198(а,б,д), 2.199(а), 2.197(а), 2.205(а), 2.201(а), 2.200(а,в), 2.208, 2.214

Дома: ОЛ - 2. №№ 2.197(б), 2.198(е), 2.199(б), 2.200(б,г), 2.201(б,в), 2.203(б), 2.205(б), 2.210, 2.215

**Занятие 20.** Кривые второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола.

Ауд: ОЛ - 2. №№ 2.241(а), 2.246, 2.249(а), 2.265, 2.266, 2.269(а), 2.285(а,б), 2.286(а), 2.288(а,в,д)

Дома: ОЛ - 2. №№ 2.241 (б,в), 2.247(а,б), 2.249(б,в), 2.269(б,в), 2.285(в,г), 2.286(б,в), 2.288(б,г,е)

**Занятие 21.** Поверхности второго порядка.

Ауд: ОЛ - 2. №№ 2.372, 2.373, 2.383, 2.378, 2.394, 2.397

Дома: ОЛ - 2. №№ 2.374, 2.375, 2.380, 2.381, 2.382, 2.393, 2.396

**Занятие 22.** Рубежный контроль «Прямые, плоскости и кривые 2-ого порядка».

**Занятия 23-24.** Комплексные числа.

Ауд: ОЛ - 2. №№ 1.421, 1.422, 1.426, 1.430, 1.442, 1.448(а), 1.435, 1.436. 1.440, 1.475, 1.482(а), 1.485, 1.496, 1.501

Дома: ОЛ - 2. №№ 1.424, 1.428, 1.431, 1.437, 1.438, 1.445, 1.446, 1.448(б), 1.477, 1.482(б), 1.486, 1.497, 1.500

### Контрольные мероприятия:

#### Модуль 1

Рубежный контроль «Векторная алгебра». Срок сдачи — 10 неделя.

Домашнее задание «Матричная алгебра». Срок сдачи — 7 неделя.

#### Модуль 2

Рубежный контроль «Прямые, плоскости и кривые 2-ого порядка». Срок сдачи — 15 неделя

Домашнее задание «Прямые, плоскости и кривые 2-ого порядка». Срок сдачи — 15 неделя