

Аналитическая геометрия

Аннотации лекций и материалов для самостоятельного изучения

Модуль 1. Матричная алгебра. Векторная алгебра

Лекция 1.1

Матрицы. Виды матриц. Линейные операции над матрицами (сложение матриц и умножение матрицы на число) и их свойства. Нелинейные операции над матрицами (умножение матриц и транспонирование матрицы) и их свойства. Элементарные преобразования матриц.

Текст 1.1

Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей 1-ого, 2-ого и 3-его порядков. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения элементов квадратной матрицы. Вычисление определителя произвольного порядка путем его разложения по элементам строки или столбца (теорема разложения). Теорема аннулирования.

Лекция 1.2

Вырожденные и невырожденные матрицы. Присоединенная матрица. Обратная матрица и ее свойства. Вычисление обратной матрицы с помощью присоединенной матрицы и с помощью элементарных преобразований. Решение матричных уравнений $AX=C$, $XB=C$, $AXB=C$.

Текст 1.2

Линейная зависимость строк и столбцов матрицы. Базисный минор, теорема о базисном миноре. Ранг матрицы, теорема о ранге матрицы, свойства ранга матрицы. Способы вычисления ранга матрицы: метод окаймляющих миноров, метод элементарных преобразований.

Лекция 1.3

Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ): координатная и матричная

формы записи, основные понятия. Критерий Кронекера – Капелли совместности СЛАУ. Решение СЛАУ матричным методом, по формулам Крамера и методом Гаусса.

Текст 1.3

Однородные системы линейных уравнений: критерий существования ненулевого решения, фундаментальная система решений, структура общего решения. Неоднородные системы линейных уравнений: структура общего решения.

Лекция 1.4

Геометрические векторы и их виды. Линейные операции над векторами (сложение двух векторов и умножение вектора на число) и их свойства. Линейная зависимость векторов, критерий линейной зависимости и свойства систем линейно зависимых и независимых векторов.

Текст 1.4

Базис, виды базисов. Координаты вектора в произвольном базисе. Ортогональная проекция вектора на ось и ее свойства. Координаты вектора в ортонормированном базисе и их свойства. Действия над векторами, заданными своими координатами. Скалярное произведение и его приложения.

Лекция 1.5

Векторное и смешанное произведения векторов, их свойства и практические приложения.

Модуль 2. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.

Комплексные числа и многочлены

Текст 2.1

Декартова прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Координаты точки. Связь координат вектора с координатами его начала и конца. Формулы для расстояния между двумя точками и деления отрезка в данном отношении. Различные виды уравнения прямой на плоскости: прямая с угловым

коэффициентом, параметрические уравнения, каноническое уравнение, уравнение в отрезках, общее уравнение. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Нахождение угла между прямыми.

Лекция 2.1

Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно заданному вектору. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки. Уравнение плоскости в отрезках. Взаимное расположение двух плоскостей. Угол между двумя плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.

Текст 2.2

Уравнения прямой в пространстве: общие, канонические, параметрические уравнения прямой и уравнения прямой, проходящей через две заданные точки. Исследование взаимного расположения прямой и плоскости, двух прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми, угол между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми.

Лекция 2.2

Линии второго порядка на плоскости: эллипс, гипербола, парабола. Определение, общие характеристики. Каноническое уравнение, исследование формы. Эксцентриситет, директрисы. Общее уравнение кривой.

Текст 2.3

Поверхности второго порядка. Общее уравнение поверхности второго порядка. Канонические уравнения и вид поверхностей: эллипсоид, однополостной гиперболоид, двуполостной гиперболоид, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид. Цилиндрические поверхности, конические поверхности.

Лекция 2.3

Понятие комплексного числа. Геометрическое изображение комплексных чисел.

Формы записи комплексных чисел: алгебраическая, тригонометрическая, показательная. Действия над комплексными числами: сложение, вычитание, деление, возведение в степень, извлечение корня.

Текст 2.4

Многочлены в действительной и комплексной областях. Теорема о тождестве двух многочленов, принимающих равные значения в бесконечном числе точек. Корень многочлена и его кратность. Основная теорема алгебры. Разложение многочленов с комплексными и действительными коэффициентами на неприводимые множители. Деление с остатком, теорема Безу. Теорема о рациональном корне.