

ИНТЕГРАЛЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ  
 Модуль 2

Домашнее задание  
 Определенный интеграл, несобственные интегралы

Задача 1. Вычислить длину дуги кривой

1	$y = 2\sqrt{x}$ при $0 \leq x \leq 1$ .	7	$\rho = 3(1 - \sin \varphi)$ при $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ .
2	$\begin{cases} x = 2(t \sin t + \cos t); \\ y = 2(\sin t - t \cos t) \end{cases}$ при $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ .	8	$\begin{cases} x = 3 \cos^3 t; \\ y = 3 \sin^3 t \end{cases}$ при $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ .
3	$\rho = 1 + \sin \varphi$ при $\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ .	9	$y = \ln \sin x$ при $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .
4	$x = \frac{2}{3}y^{\frac{3}{2}}$ при $0 \leq y \leq 3$ .	10	$\rho = \sqrt{3}e^\varphi$ при $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$ .
5	$y = \ln(x - 1)$ при $2 \leq x \leq 3$ .	11	$\begin{cases} x = 2 \cos^2 t; \\ y = 2 \sin^2 t \end{cases}$ при $0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$ .
6	$y = \arcsin x - \sqrt{1 - x^2}$ при $0 \leq x \leq \frac{15}{16}$ .	12	$y = 4 - x^2$ между точками ее пересечения с осью $Ox$ .

**Задача 2.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

1	$\rho = 3 - \sin \varphi.$	7	$y = \frac{1}{x\sqrt{\ln x}}, y = 0, x = e, x = e^4.$
2	$y = e^{1-x}, y = 0, x = 0, x = 1.$	8	$y = \ln x, y = \ln^2 x.$
3	$y = \sin^2 x, y = 0, x = \frac{\pi}{2}.$	9	$\rho = 2 - \cos \varphi.$
4	$\begin{cases} x = 16 \cos^3 t; \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$	10	$y = x \operatorname{tg}^2 x, y = 0, x = \frac{\pi}{4}.$
5	$\begin{cases} x = \cos t; \\ y = 3 + \sin t. \end{cases}$	11	$y = e^x, y = e^{-x}, x = 1.$
6	$y = \sqrt{e^x - 1}, y = 0, x = \ln 5.$	12	$y = \sin^2 x \cdot \cos x, y = 0, x = \frac{\pi}{2}.$

**Задача 3.** Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями

1	$y = 2 \sin x, y = 0$ при $0 \leq x \leq \pi$ , вокруг оси $Ox$ .	7	$y^2 = 4 - x, x = 0$ , вокруг оси $Oy$ .
2	$y = 1 - \cos 2x, y = 0, x = \frac{\pi}{2}$ , вокруг оси $Ox$ .	8	$y = x^2, y = 4$ , вокруг оси $Oy$ .
3	$\begin{cases} x = 3 \cos t; \\ y = 5 \sin t, \end{cases}$ вокруг оси $Ox$ .	9	$\begin{cases} x = \cos t; \\ y = 3 \sin t, \end{cases}$ вокруг оси $Oy$ .
4	$y = 1 - \frac{x^2}{2}, x + y = 1$ , вокруг оси $Oy$ .	10	$y = x^3, x = 0, y = 8$ , вокруг оси $Oy$ .
5	$xy = 4, y = 1, y = 2, x = 0$ , вокруг оси $Oy$ .	11	$y = e^x, x = 0, x = \ln 2$ , вокруг оси $Ox$ .
6	$y = x^2 + 1, x = \pm 2, y = 0$ , вокруг оси $Ox$ .	12	$\begin{cases} x = 3 \cos^3 t; \\ y = 3 \sin^3 t, \end{cases}$ вокруг оси $Ox$ .

**Задача 4.** Вычислить площадь поверхности, образованной вращением заданной кривой вокруг указанной оси

1	$y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, 0 \leq x \leq 1; OX.$	7	$y = \operatorname{tg} x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}; OX.$
2	$y = \frac{\sqrt{4x-1}}{2}, 1 \leq x \leq 9; OX.$	8	$y = \sqrt{e^x + 1}, 0 \leq x \leq 3 OX$
3	$y = \frac{x^3}{3}, 0 \leq x \leq 3; OX.$	9	$y = \sin 3x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3} OX$
4	$y = \frac{x^2}{2}, 0 \leq y \leq 1, 5; OY$	10	$y^2 = x + 4, -4 \leq x \leq 2 OX$
5	$x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2} \ln y, 1 \leq y \leq e; OX.$	11	$y = \sqrt{2x+1}, 1 \leq x \leq 9; OX.$
6	$y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi OX$	12	$y = x^3/3, -2 \leq x \leq 2 OX$

**Задача 5.** Исследовать несобственные интегралы на сходимость

1	$\int_2^{\infty} \frac{2 + \arcsin \frac{1}{x}}{3 + x \sqrt[3]{x}} dx.$	7	$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x^2 + 1} dx.$
2	$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{(9 + x^2)^{3/2}} dx.$	8	$\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{(3 + x^2)^5}} dx.$
3	$\int_0^{\infty} \frac{x}{9x^4 + 1} dx.$	9	$\int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx.$
4	$\int_1^{\infty} \frac{\cos 3x}{x^3 + 2x - 1} dx.$	10	$\int_1^{\infty} \frac{1}{x(3 + \ln x)} dx.$
5	$\int_0^{\infty} x e^{-x} dx.$	11	$\int_0^{\infty} e^{-x^2} x dx.$
6	$\int_0^{\infty} \frac{x}{x^2 - 4x + 7} dx.$	12	$\int_{e^2}^{\infty} \frac{1}{x^4 \sqrt{\ln x - 1}} dx.$