

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

МОДУЛЬ 2: ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ. КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ

Вопросы по теории рубежного контроля

1. Дайте определение сопряженного линейного оператора и перечислите его свойства.
2. Дайте определение самосопряжённого линейного оператора и перечислите его свойства.
3. Дайте определение ортогональной матрицы и перечислите ее свойства.
4. Дайте определение ортогонального оператора и перечислите его свойства (теоремы 1-4).
5. Сформулируйте теорему о приведении симметрической матрицы к диагональному виду.
6. Приведите схему ортогонального преобразования симметрической матрицы.
7. Дайте определение квадратичной формы. Запишите её в координатном и матричном виде.
8. Дайте определение квадратичной формы и её матрицы.
9. Напишите формулу изменения матрицы квадратичной формы при переходе к другому базису.
10. Дайте определение ранга квадратичной формы. Зависит ли ранг от выбора базиса? Найдите ранг квадратичной формы $2x_1x_3$ от трех переменных. Чему равно число отличных от нуля коэффициентов в любом ее каноническом виде?
11. Дайте определение знакоопределённой квадратичной формы. Сформулируйте критерий Сильвестра.
12. Дайте определения положительно и отрицательно определённой квадратичной формы. Что такое канонический вид квадратичной формы. Как производится проверка знакоопределённости квадратичной формы, заданной в каноническом виде. Является ли квадратичная форма $4x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 6x_1x_3$ положительно определенной?
13. Сформулируйте закон инерции квадратичных форм.

14. Изложите метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду. Квадратичную форму $4x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_1x_2$ приведите методом Лагранжа к каноническому виду. Укажите соответствующее преобразование координат.
15. В чем суть метода приведения квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием.
16. Дайте определения: канонического вида квадратичной формы; ранга квадратичной формы.
17. Сформулируйте теорему о независимости ранга квадратичной формы от выбора базиса.
18. Запишите общий вид уравнений кривых и поверхностей второго порядка. В зависимости от видов коэффициентов, какими могут быть типы кривых второго порядка?
19. Опишите процедуру приведения уравнения кривой второго порядка к каноническому виду ортогональным преобразованием.

Критерии оценки: В билет по теории РК входит 3 вопроса из предложенных выше, каждый из которых оценивается по шкале от 0 до 4 баллов. Максимально возможное количество баллов для каждого задания указаны в скобках. Рубежный контроль считается сданным, если сумма баллов за все вопросы не меньше 3.

Составитель _____ И.В. Меньшова
(подпись)