

Кафедра «Высшая математика» (ФН-1)

Комплект задач для рубежного контроля №2

по дисциплине «Линейная алгебра»

Модуль 1: Линейные и евклидовы пространства.

Линейные операторы в линейном пространстве

Вариант 0 (образец)

1. Доказать, что векторы $\vec{e}_1 = (1; 0; 2), \vec{e}_2 = (0; 1; 1), \vec{e}_3 = (-1; -1; -2)$ образуют базис в \mathbf{R}^3 .

Найти координаты вектора \vec{b} в этом базисе, если его координаты в исходном базисе $\vec{b} = (1; 2; 3)$. **(4 балла)**

2. Найти базис и размерность линейного пространства решений однородной системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 0, \\ -5x_1 + 11x_2 + 8x_3 - 6x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 5x_4 = 0. \end{cases} \quad \text{(4 балла)}$$

3. В базисе $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ евклидова пространства векторы \vec{a} и \vec{b} имеют координаты $\vec{a} = (-1, -2)$ и $\vec{b} = (1, -3)$. Найти $\|\vec{b}\|$ и (\vec{a}, \vec{b}) , если $\|\vec{e}_1\| = 1, \|\vec{e}_2\| = 2, \|\vec{a}\| = 4$. **(3 балла)**

4. Построить ортонормированный базис в линейной оболочке векторов $\vec{g}_1 = (-1; 1; 0; 1), \vec{g}_2 = (0; 1; 1; 0), \vec{g}_3 = (2; 0; 1; 1)$, предварительно убедившись, что указанная система векторов линейно независима. **(5 баллов)**

5. Линейный оператор A в базисе $\{\vec{e}\} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ имеет матрицу $A_e = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите

матрицу этого оператора в базисе $\{\vec{a}\} = \{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\}$, если базисы связаны соотношением:

$$\begin{cases} \vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2, \\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \\ \vec{a}_3 = \vec{e}_2. \end{cases} \quad \text{(5 баллов)}$$

Критерии оценки: Решение каждой задачи оценивается по шкале от 0 до 5 баллов. Максимально возможное количество баллов для каждого задания указаны в скобках. Рубежный контроль считается сданным, если сумма баллов за все задачи не меньше 15.

Составитель _____ И.В. Меньшова
(подпись)