

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН
курса «Математический анализ»
для студентов 1 курса 2 семестра 2018-19 учебного года
УЦ6-21

ЛИТЕРАТУРА

- Л-1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа: учебник для вузов. – М.: Юрайт, Т.1-3, 2012.
- Л-2. Сборник задач по математике для вузов. Ч.1. Линейная алгебра и основы математического анализа: Учеб. пособие для вузов / Под ред. А.В. Ефимова, Б.П. Демидовича. – М.: Наука, 1993.
- Л-3. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов /Под ред. Б.П. Демидовича. – М.: Астрель, 2004.
- Л-4. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учеб. пособие. – СПб.: Профессия, 2001.
- Л-5. Соболев С.К., Ильичев А.Т. Исследование и построение плоских кривых, заданных параметрически и в полярных координатах. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 80 с
- Л-6. Столярова З.Ф. Подготовка к контрольной работе по технике дифференцирования. Методические указания к самостоятельной работе студентов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. – 60 с.

ЛЕКЦИИ

МОДУЛЬ 3: ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Лекция 3.1. Производная функции в точке. Касательная, геометрический смысл производной. Бесконечная производная и её геометрическая интерпретация. Односторонние производные, их связь с двусторонней производной. Дифференцируемость функции в точке, эквивалентность дифференцируемости существованию в точке конечной производной. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Инвариантность формы первого дифференциала.

Лекция 3.2. Теоремы Ферма, Ролля, Коши и Лагранжа. Правило Лопиталю раскрытия неопределенностей. Порядок роста функции. Сравнение роста показательной, степенной и логарифмической функций в бесконечности.

Лекция 3.3. Понятие многочлена Тейлора степени n для данной функции в точке c . Совпадение значений в точке c функции и её многочлена Тейлора, а также их первых n производных. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано. Формула Маклорена. Использование формул Тейлора и Маклорена в приближенных вычислениях. Монотонность функции. Достаточное условие монотонности. Стационарные и критические точки функции. Экстремум функции.

Лекция 3.4. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума: (а) по первой производной, (б) по второй производной. Понятие выпуклости (вверх, вниз) функции на промежутке. Достаточное условие выпуклости дважды дифференцируемой функции. Точки перегиба функции. Необходимое условие перегиба, достаточное условие перегиба. Схема полного исследования и построения графика функции.

МОДУЛЬ 4: ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Лекция 4.1. Метрика в R^n . Скалярная функция нескольких переменных (ФНП). Линии и поверхности уровня. Предел ФНП. Бесконечно малые и бесконечно большие ФНП. Непрерывность ФНП в точке, на множестве. Свойства ФНП, непрерывных на множестве. Частные производные ФНП, геометрическая интерпретация для $n=2$. Дифференцируемость ФНП. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости. Непрерывность дифференцируемой ФНП.

Лекция 4.2. Производная сложной функции. Частная и полная производные ФНП. Инвариантность формы первого дифференциала. Применение дифференциала ФНП к приближенным вычислениям. Задача о полном дифференциале. Дифференциалы высших порядков.

Лекция 4.3. Формула Тейлора. Экстремум ФНП. Необходимое условие существования экстремума. Достаточные условия существования экстремума (по второму дифференциалу и по угловым минорам матрицы Гессе). Алгоритмы поиска точек экстремума для функций двух и трех переменных.

Лекция 4.4. Векторная функция скалярного аргумента, ее график. Предел и непрерывность векторной функции. Производная векторной функции, ее геометрический и физический смысл. Уравнения касательной к пространственной кривой. Правила дифференцирования векторной функции. Теорема о производной векторной функции постоянной длины, ее геометрическая интерпретация.

МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ

МОДУЛЬ 3: ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Текст 3.1 (после лекции 3.1). Производные основных элементарных функций. Правила вычисления производной, связанные с арифметическими действиями над функциями. Производная сложной и обратной функций. Производные высших порядков. Физический смысл первой и второй производных. Правила вычисления дифференциалов. Применение дифференциалов к приближенным вычислениям. Дифференциалы высших порядков.

Текст 3.2 (после лекции 3.3). Представление по формуле Маклорена некоторых элементарных функций. Использование формул Тейлора и Маклорена для нахождения пределов.

МОДУЛЬ 4: ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Текст 4.1 (после лекции 4.1). Окрестности в R^n . Открытые, замкнутые, ограниченные и линейно связные множества в R^n , граница множества, область. Частные производные высших порядков. Теорема о независимости смешанных частных производных от порядка дифференцирования. Полный дифференциал ФНП.

Текст 4.2 (после лекции 4.2). неявные функции. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции. Системы неявных функций. Теорема о существовании и дифференцируемости системы неявных функций. Производная ФНП по направлению и градиент, их свойства. Касательная плоскость и нормаль к поверхности

Текст 4.3 (после лекции 4.3). Условный экстремум ФНП, его геометрическая интерпретация (при $n=2$), функция Лагранжа. Необходимое условие существования условного экстремума. Достаточное условие существования условного экстремума. Алгоритм поиска условного экстремума функции двух переменных с одним уравнением связи. Нахождение наибольшего и наименьшего значений ФНП на замкнутом ограниченном множестве.

Текст 4.4 (после лекции 4.4). Кривая в пространстве, способы ее задания. Длина дуги кривой. Производная и дифференциал длины дуги плоской и пространственной кривой, геометрический смысл дифференциала длины дуги плоской кривой. Кривизна и радиус кривизны плоской кривой. Центр и окружность кривизны плоской кривой.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

МОДУЛЬ 3: ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Занятие 1. Вычисление производных с помощью таблицы производных основных элементарных функций и правил, связанных с арифметическими действиями над функциями.

Ауд: Л-2 №№ 5.21, 5.23, 5.25, 5.27, 5.29, 5.35, 5.49, 5.37, 5.39, 5.41, 5.43

Дома: Л-2 №№ 5.3, 5.12, 5.22, 5.26, 5.32, 5.34, 5.38, 5.40, 5.42

Занятие 2. Вычисление производных сложных функций.

Ауд: $y = v(u(x))$: $y = \sin 3x$, $y = \operatorname{tg}(4x+1)$, $y = 2^{6x+1}$, $y = \log_3(x^2 + 5)$;

$y = w(v(u(x)))$: $y = \sin^2 4x$, $y = \operatorname{ctg}^3(5x^2 + 1)$, $y = 2^{\cos 3x+1}$;

$y = t(w(v(u(x))))$: $y = \cos^2(\sin x^4)$;

$y = p(t(w(v(u(x))))))$: $y = \left(6 + 3 \cdot 2^{\arcsin(3x^2+1)}\right)^3$.

Дома: Л-2 №№ 5.49, 5.50, 5.47, 5.51, 5.54, 5.55, 5.59, 5.61

Занятие 3. Комбинирование правил дифференцирования. Логарифмическая производная.

Ауд: Л-2 №№ 5.53, 5.60, 5.65, 5.69, 5.66, 5.52, 5.46, 5.77, 5.79, 5.85, 5.87, 5.91

Дома: Л-2 №№ 5.56, 5.57, 5.58, 5.68, 5.67, 5.78, 5.80, 5.86, 5.88, 5.89

Занятие 4. Производные высших порядков. Производные первого и второго порядков неявной функции.

Ауд: Л-2 №№ 5.184, 5.186, 5.190, 5.144, 5.147, 5.224

Дома: Л-2 №№ 5.185, 5.188, 5.191, 5.145, 5.149, 5.226

Занятие 5. Производные первого и второго порядков функции, заданной параметрически. Уравнение касательной и нормали. Дифференциал и его приложения.

Ауд: Л-2 №№ 5.168, 5.171, 5.231, 5.235, 5.241, 5.277, 5.287, 5.290, 5.292

Дома: Л-2 №№ 5.169, 5.176, 5.232, 5.236, 5.237, 5.242, 5.244, 5.286, 5.289

Занятие 6. Правило Лопиталю раскрытия неопределенностей.

Ауд: Л-2 №№ 5.329, 5.333, 5.358, 5.352, 5.365, 5.364, 5.354, 5.347, 5.337

Дома: Л-2 №№ 5.330, 5.336, 5.340, 5.355, 5.353, 5.368

Занятие 7. Формула Тейлора функции одной переменной

Ауд: Л-2 №№ 5.382 (3-его порядка), 5.385 (3-его порядка), 5.389 (3-его порядка), 5.391, 5.396

Дома: Л-2 №№ 5.392, 5.395, 5.393

Занятие 8. Рубежный контроль «Приложения дифференциального исчисления».

Занятие 9-10. Исследование функций и построение их графиков.

Ауд: Л-2 №№ 5.466, 5.463, 5.479, 5.500

Дома: Л-2 №№ 5.469, 5.499

МОДУЛЬ 4: ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Занятие 11. Область определения ФНП. Линии уровня. Пределы, повторные пределы, точки и линии разрыва ФНП.

Ауд: Л-2 №№ 7.4, 7.7, 7.8, 7.9, 7.15, 7.16.

Построить линии уровня функций: $u = x + y$, $u = y/x$, $u = x \cdot y$, $u = x^2/4 + y^2/9$.

Дома: Л-2 №№ 7.5, 7.6, 7.10, 7.32, 7.33, 7.34, 7.35, 7.44, 7.47, 7.48

Занятие 12. Частные производные ФНП. Дифференциал ФНП.

Ауд: -

Дома: Л-2 №№ 7.55, 7.57, 7.59, 7.60, 7.68, 7.70, 7.102, 7.109

Занятие 13. Дифференцирование сложной функции.

Ауд: Л-2 №№ 7.114, 7.117, 7.118, 7.122, 7.124

Дома: Л-2 №№ 7.115, 7.119, 7.120, 7.123, 7.125

Занятие 14. Производная неявной функции. Градиент. Производная по направлению. Касательная плоскость и нормаль.

Ауд: Л-2 №№ 7.140, 7.142, 7.145, 7.157, 7.158

Дома: Л-2 №№ 7.141, 7.143, 7.146

Занятие 15. Формула Тейлора функции нескольких переменных. Экстремум ФНП. Условный экстремум.

Ауд: Л-2 №№ 7.182, 7.181 (2-ого порядка), 7.187, 7.189, 7.196, 7.197, 7.201, 7.203, 7.204

Дома: Л-2 №№ 7.184, 7.185, 7.188, 7.202

Занятие 16. Рубежный контроль «Функции нескольких переменных».

Контрольные мероприятия:

Модуль 3

Рубежный контроль «Приложения дифференциального исчисления». Срок сдачи — 9 неделя

Домашнее задание «Приложения дифференциального исчисления». Срок сдачи — 9 неделя

Модуль 4

Рубежный контроль «Функции нескольких переменных». Срок сдачи — 16 неделя

Домашнее задание «Функции нескольких переменных». Срок сдачи — 16 неделя