

Аналитическая геометрия

Аннотации лекций и материалов для самостоятельного изучения

Модуль 1. Матричная алгебра. Векторная алгебра

Лекция 1.1

Матрицы. Специальные виды матриц. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матрицы. Алгебраические свойства линейных операций и транспонирования. Умножение матриц. Алгебраические свойства умножения. Элементарные преобразования матриц. Эквивалентные матрицы. Приведение матрицы к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований строк.

Текст 1.1

Определитель матрицы произвольного порядка, его свойства. Вычисление определителей 2-ого и 3-его порядков. Определитель транспонированной матрицы. Определитель произведения двух квадратных матриц. Миноры и алгебраические дополнения элементов матрицы. Разложения определителя по строке или столбцу.

Лекция 1.2

Вырожденные и невырожденные матрицы. Приведение квадратной невырожденной матрицы к единичной с помощью элементарных преобразований строк. Обратная матрица, ее единственность, критерий ее существования. Присоединенная матрица. Вычисление обратной матрицы с помощью присоединенной матрицы. Обращение произведения двух квадратных невырожденных матриц. Решение матричных уравнений $AX=C$, $XB=C$, $AXB=C$ с невырожденными матрицами A и B .

Текст 1.2

Понятие линейной зависимости строк или столбцов матрицы. Ранг матрицы, теорема о ранге и ее следствие. Базисный минор. Базисные строки и столбцы.

Теорема о базисном миноре и её следствие. Инвариантность ранга матрицы относительно ее элементарных преобразований. Способы вычисления ранга матрицы: метод окаймляющих миноров, метод элементарных преобразований.

Лекция 1.3

Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ): основные понятия, координатная, матричная и векторная формы записи. Понятие общего и частного решений СЛАУ. Критерий Кронекера – Капелли совместности СЛАУ. Решение «квадратных» систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы и по формулам Крамера. Метод Гаусса решения СЛАУ, выбор базисных и свободных неизвестных. Критерий единственности решения совместной СЛАУ.

Текст 1.3

Однородные СЛАУ, их совместность. Критерий существования ненулевого решения однородной СЛАУ, его следствие для «квадратных» систем. Свойства решений однородной СЛАУ. Фундаментальная система решений однородной СЛАУ. Структура общего решения однородной СЛАУ. Структура общего решения неоднородной.

Лекция 1.4

Скалярные и векторные величины. Понятие геометрического вектора, как направленного отрезка. Длина вектора. Нуль-вектор, единичный вектор (орт). Угол между двумя векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Равенство векторов. Связанные, скользящие и свободные векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Ортогональная проекция вектора на направление другого вектора и ее линейные свойства. Разложение вектора по ортам координатных осей. Линейные операции над векторами в координатной форме. Модуль вектора. Направляющие косинусы. Условие коллинеарности векторов в координатной форме.

Текст 1.4

Линейная зависимость векторов. Критерии линейной зависимости двух, трех и

четырёх векторов. Базис. Координаты вектора в заданном базисе. Ортонормированный базис в пространстве. Координаты вектора в ортонормированном базисе как проекции этого вектора на направление базисных векторов. Скалярное произведение двух векторов, его алгебраические свойства. Формулы для вычисления скалярного произведения, длины вектора, косинуса угла между векторами через координаты векторов в ортонормированном базисе.

Лекция 1.5

Ориентация базиса, правые и левые тройки векторов. Векторное произведение двух векторов, его геометрический и механический смысл. Алгебраические свойства векторного произведения. Вычисление векторного произведения в ортонормированном базисе. Смешанное произведение векторов, его геометрический смысл. Алгебраические свойства смешанного произведения. Вычисление смешанного произведения в ортонормированном базисе. Условие компланарности трёх векторов.