

## МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

### Теоретические вопросы к экзамену за модули 3 и 4

(Теоремы с пометкой «док-во» необходимо приводить с доказательством, для остальных теорем нужна только формулировка)

#### Модуль 3

1. Понятие производной.
2. Односторонние производные.
3. Теорема о связи односторонних производных с двусторонней.
4. Физический смысл производной.
5. Геометрический смысл производной.
6. Производные основных элементарных функций (вывод формул для показательной функции и синуса).
7. Правила нахождения производных, связанные с арифметическими действиями над функциями (вывод формулы производной произведения).
8. Производная обратной функции (вывод формулы).
9. Производная сложной функции.
10. Дифференцируемость функции.
11. Теорема об эквивалентности дифференцируемости и существования производной в точке (док-во).
12. Теорема о непрерывности дифференцируемой функции (док-во).
13. Производная второго порядка. Производная n-ого порядка. Примеры.
14. Физический смысл второй производной.
15. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
16. Приближенные вычисления с помощью дифференциала.
17. Правила вычисления дифференциала.
18. Инвариантность формы первого дифференциала.
19. Дифференциалы 2-ого и n-ого порядков.
20. Теорема Ферма (док-во).
21. Теорема Ролля (док-во).
22. Теорема Лагранжа (док-во).
23. Теорема Коши.
24. Правило Лопиталя (док-во).
25. Порядок роста бесконечно больших функций.
26. Многочлен Тейлора и его свойство (док-во).
27. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в формах Пеано и Лагранжа.
28. Формула Маклорена.
29. Разложение синуса, косинуса, экспоненты, логарифма и степенной функции по формуле Маклорена.

30. Вычисление пределов с помощью формулы Тейлора. Пример.
31. Приближенные вычисления по формуле Тейлора.
32. Монотонные функции.
33. Достаточное условие монотонности (док-во).
34. Экстремум функции.
35. Необходимое условие экстремума.
36. Достаточное условие экстремума по первой производной (док-во).
37. Достаточное условие экстремума по второй производной.
38. Выпуклость функции.
39. Достаточное условие выпуклости (док-во).
40. Точка перегиба.
41. Необходимое условие перегиба (док-во).
42. Достаточное условие перегиба.
43. Схема полного исследования функции.

#### Модуль 4

1. Точечное арифметическое пространство  $R^n$ ,  $\varepsilon$ -окрестность точки, внутренняя и граничная точки множества, точка прикосновения множества.
2. Типы множеств в  $R^n$ : открытое множество, замыкание множества, замкнутое множество, граница множества, ограниченное множество, компакт, линейно связанное множество, односвязное и многосвязное множества, область, замкнутая область.
3. Определение функции нескольких переменных, множество уровня, линии и поверхности уровня.
4. Предел функции в точке, непрерывность функции в точке и на множестве, свойства непрерывных функций, бесконечно малая и бесконечно большая функции.
5. Частные производные функции двух переменных, геометрическая интерпретация. Частные производные функции  $n$  переменных.
6. Частные производные высших порядков. Независимость смешанных частных производных от порядка дифференцирования.
7. Дифференцируемость ФНП, необходимое и достаточное условия дифференцируемости ФНП. Непрерывность дифференцируемой функции. Непрерывно дифференцируемая функция.
8. Дифференциал ФНП, его свойства, инвариантность формы первого дифференциала, приближенные вычисления с помощью дифференциала.
9. Теоремы о производной сложной функции.
10. Дифференциалы высших порядков. Задача о полном дифференциале.
11. неявная функция, теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции.
12. Система неявных функций, теорема о существовании и дифференцируемости системы неявных функций.
13. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
14. Производная по направлению и градиент, их свойства.
15. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.

16. Точки строгого максимума и минимума, стационарные точки.
17. Необходимое условие строгого экстремума.
18. Достаточное условие строгого экстремума по второму дифференциалу.
19. Достаточное условие строгого экстремума по угловым минорам матрицы Гессе.
20. Алгоритм поиска точек строгого экстремума.
21. Задача на условный экстремум, целевая функция, уравнения связи. Функция Лагранжа.
22. Необходимое и достаточное условия условного экстремума.
23. Алгоритм поиска условного экстремума функции двух переменных при наличии одного уравнения связи.
24. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на замкнутом ограниченном множестве.
25. Векторная функция скалярного аргумента. Годограф.
26. Предел векторной функции. Теорема о пределе векторной функции в координатной форме.
27. Непрерывность векторной функции. Теорема о непрерывности векторной функции в координатной форме.
28. Свойства пределов векторных функций.
29. Производная векторной функции. Теорема о существовании производной. Геометрический смысл производной. Физический смысл производной.
30. Уравнение касательной к пространственной кривой.
31. Правила дифференцирования.
32. Векторная функция постоянной длины.
33. Кривая и способы ее задания. Длина кривой. Теорема о переменной длине дуги.
34. Кривизна и радиус кривизны плоской кривой.