

Математический анализ

Аннотации лекций

Модуль 1. Элементарные функции и пределы числовых последовательностей

Лекция 1.1

Логические символы. Свойства неравенств. Свойства модуля. Расширенное множество действительных чисел. Типы промежутков. Ограниченное и неограниченное множества. Точная верхняя и точная нижняя грани.

Лекция 1.2

Принцип вложенных отрезков. Числовая функция. Основные элементарные функции. Элементарная функция. Числовая последовательность и ее предел. Арифметические свойства конечных пределов.

Лекция 1.3

Необходимое и достаточное условия сходимости. Бесконечно большая последовательность. Бесконечно малая последовательность. Теоремы о конечных и бесконечных пределах. Число ϵ и гиперболические функции.

Модуль 2. Пределы и непрерывность функций одной переменной

Лекция 2.1

Окрестность точки. Типы стремления аргумента. Предел функции в терминах окрестностей и неравенств. Арифметические свойства пределов. Односторонние пределы.

Лекция 2.2

Общие свойства пределов. Первый замечательный предел и его следствия. Второй замечательный предел и его следствия. Бесконечно малые функции. Бесконечно большие функции.

Лекция 2.3

Сравнение функций. O -большое и o -малое. Эквивалентные функции и их применение к вычислению предела. Таблица эквивалентных бесконечно малых функций.

Лекция 2.4

Непрерывность функций. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных в точке.

Лекция 2.5

Свойства функций, непрерывных в точке (продолжение). Непрерывность функции на промежутке. Наклонные и вертикальные асимптоты графика функции.

Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Лекция 3.1

Производная, ее физический и геометрический смысл. Производные основных элементарных функций. Правила нахождения производных.

Лекция 3.2

Дифференцируемость функции. Свойства дифференцируемых функций. Производные высших порядков. Дифференциал функции и его свойства. Дифференциалы высших порядков.

Лекция 3.3

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Правило Лопиталья. Порядок роста функции.

Лекция 3.4

Формула Тейлора. Формула Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций по формуле Маклорена.

Лекция 3.5

Приближенные вычисления и вычисления пределов с помощью формулы Тейлора. Монотонные функции. Экстремум функции.

Лекция 3.6

Условия существования экстремума. Выпуклость функции. Точки перегиба. Схема полного исследования функции.

Модуль 4. Функции нескольких переменных

Лекция 4.1

Типы множеств в n -мерном пространстве. Понятие функции нескольких переменных. Предел и непрерывность.

Лекция 4.2

Частные производные первого порядка. Частные производные высших порядков. Дифференцируемость и дифференциал.

Лекция 4.3

Производная сложной функции (3 теоремы и наиболее распространенные частные случаи). Инвариантность формы первого дифференциала. Приближенные вычисления. Дифференциалы высших порядков. Задача о полном дифференциале.

Лекция 4.4

Неявные функции, системы неявных функций и их производные. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Производная по направлению и градиент.

Лекция 4.5

Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие. Достаточные условия по второму дифференциалу и угловым минорам. Пошаговые алгоритмы поиска точек экстремума для функций двух и трех переменных.

Лекция 4.6

Задача на условный экстремум. Необходимое и достаточное условия условного экстремума. Пошаговый алгоритм поиска условного экстремума функции двух переменных с одним ограничением. Наибольшее и наименьшее значения функции на замкнутом ограниченном множестве.

Лекция 4.7

Векторная функция скалярного аргумента, ее предел и производная. Векторная функция постоянной длины.

Лекция 4.8

Элементы теории кривых. Кривизная и радиус кривизны плоской кривой.